

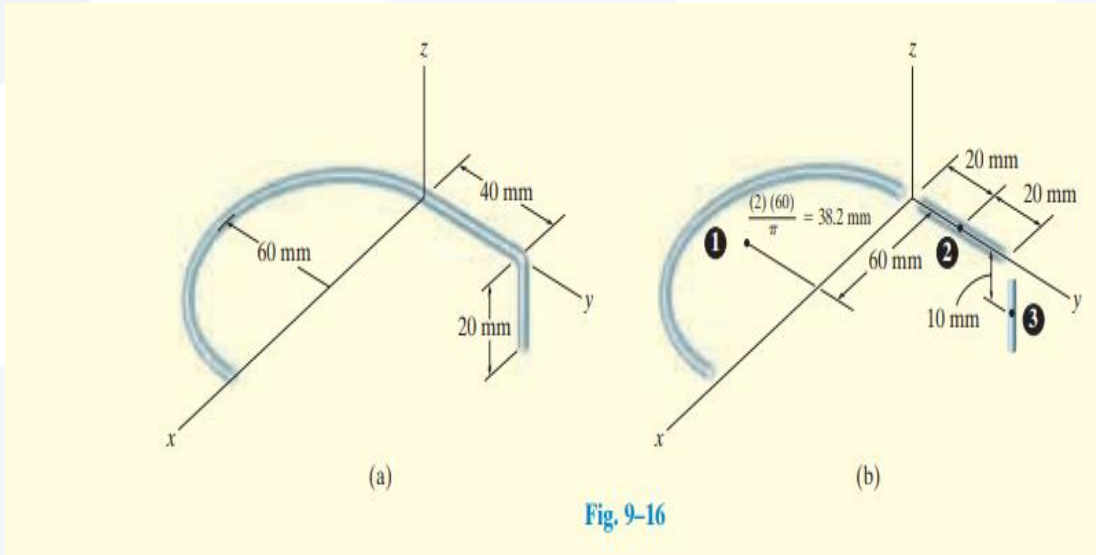
الجلسة التاسعة- ميكانيك النقطة المادية والجسم الصلب -

## مركز الثقل

د.نزارعبد الرحمن

مسألة (1) : احسب المركز الهندسي للسلك المبين في الشكل .

موقع المركز الهندسي لكل جزء معطى في الجداول ، أو يمكن حسابه عن طريق التكامل .



الجدول :

Segment	$L$ (mm)	$\tilde{x}$ (mm)	$\tilde{y}$ (mm)	$\tilde{z}$ (mm)	$\tilde{x}L$ (mm <sup>2</sup> )	$\tilde{y}L$ (mm <sup>2</sup> )	$\tilde{z}L$ (mm <sup>2</sup> )
1	$\pi(60) = 188.5$	60	-38.2	0	11 310	-7200	0
2	40	0	20	0	0	800	0
3	20	0	40	-10	0	800	-200
	$\Sigma L = 248.5$				$\Sigma \tilde{x}L = 11 310$	$\Sigma \tilde{y}L = -5600$	$\Sigma \tilde{z}L = -200$

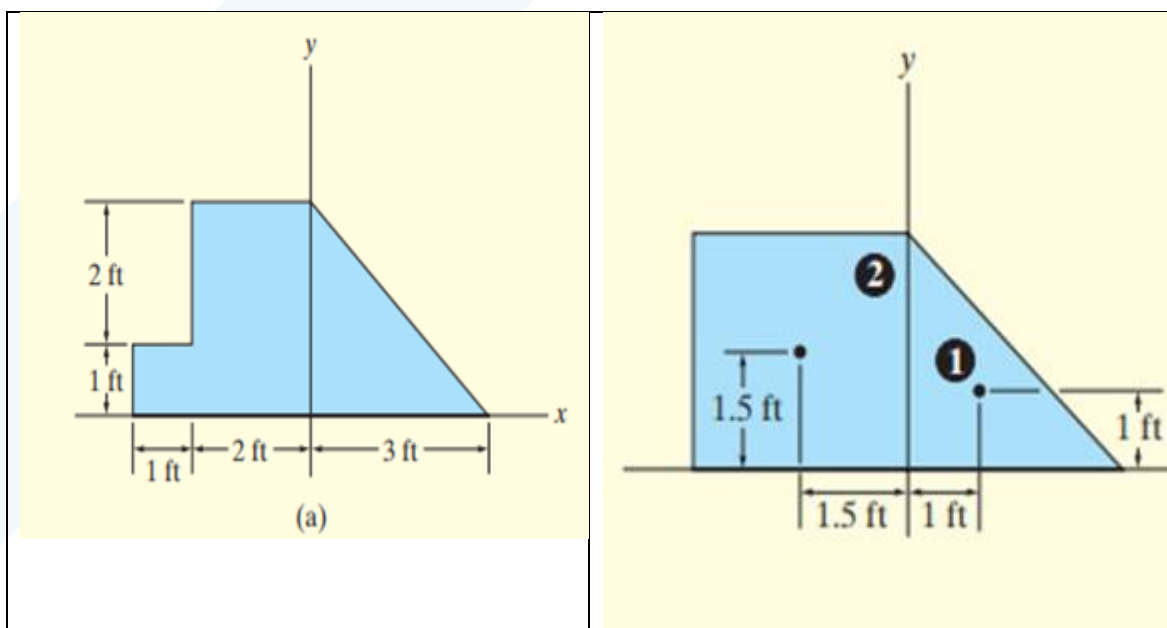
Thus,

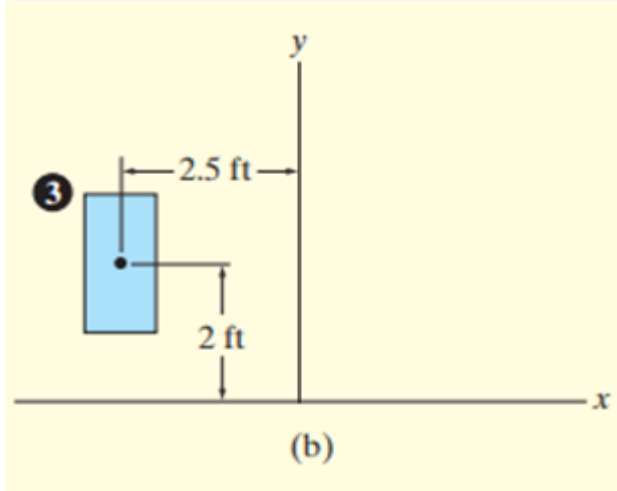
$$\bar{x} = \frac{\Sigma \tilde{x}L}{\Sigma L} = \frac{11 310}{248.5} = 45.5 \text{ mm} \quad \text{Ans.}$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma \tilde{y}L}{\Sigma L} = \frac{-5600}{248.5} = -22.5 \text{ mm} \quad \text{Ans.}$$

$$\bar{z} = \frac{\Sigma \tilde{z}L}{\Sigma L} = \frac{-200}{248.5} = -0.805 \text{ mm} \quad \text{Ans.}$$

مسألة (2): احسب المركز الهندسي للمساحة المبينة في الشكل .





**الحل :** تم تقسيم الشكل إلى ثلاثة أقسام ، مع ملاحظة أن مساحة المستطيل الصغير (3) تعتبر سالبة. أي يجب طرحها من المساحة الكلية للمستطيل (2). أذرع العزم : في الشكل تم تحديد المركز لكل جزء من المساحة مع ملاحظة أن الاحداثيتين وفق المحور x للمساحتين (2) و(3) سالبتين .

**الجدول :**

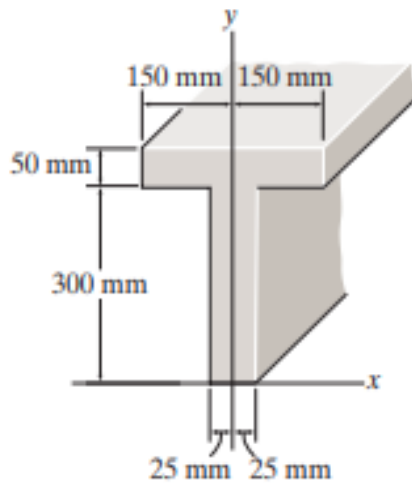
Segment	$A$ (ft <sup>2</sup> )	$\tilde{x}$ (ft)	$\tilde{y}$ (ft)	$\tilde{x}A$ (ft <sup>3</sup> )	$\tilde{y}A$ (ft <sup>3</sup> )
1	$\frac{1}{2}(3)(3) = 4.5$	1	1	4.5	4.5
2	$(3)(3) = 9$	-1.5	1.5	-13.5	13.5
3	$-(2)(1) = -2$	-2.5	2	5	-4
	$\Sigma A = 11.5$			$\Sigma \tilde{x}A = -4$	$\Sigma \tilde{y}A = 14$

Thus,

$$\bar{x} = \frac{\Sigma \tilde{x}A}{\Sigma A} = \frac{-4}{11.5} = -0.348 \text{ ft} \quad \text{Ans.}$$

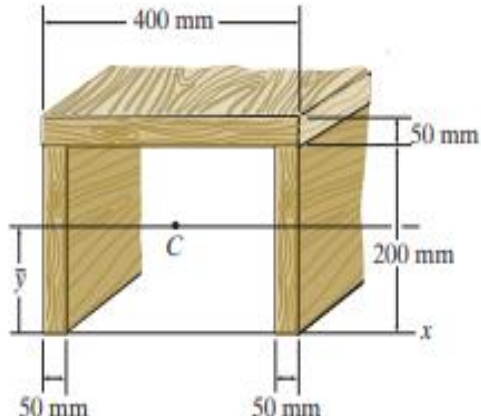
$$\bar{y} = \frac{\Sigma \tilde{y}A}{\Sigma A} = \frac{14}{11.5} = 1.22 \text{ ft} \quad \text{Ans.}$$

مسألة (3): احسب احداثيات مركز الثقل للمقطع العرضي للعتبة ، بالنسبة للمحور  $y$ .



$$\bar{y} = \frac{\sum \tilde{y} A}{\sum A} = \frac{150[300(50)] + 325[50(300)]}{300(50) + 50(300)} = 237.5 \text{ mm}$$

مسألة (4): احسب احداثيات مركز الثقل للمقطع العرضي للعتبة ، بالنسبة للمحور  $y$ .



$$\bar{y} = \frac{\sum \tilde{y} A}{\sum A} = \frac{100[2(200)(50)] + 225[50(400)]}{2(200)(50) + 50(400)} = 162.5 \text{ mm}$$

مسألة (5): احسب احداثيات مركز الثقل للمقطع العرضي للعتبة، بالنسبة للمحورين  $x, y$ .

