جامعة المنارة الخاصة
كلية الهندسة
هندسة ميكاترونيكس

الشبكات الصناعية

Industrial Networks CEMC606

مدرس المقرر
د. مثنى علي القبيلي

الفصل الدراسي الثاني | الأربعاء 9/3/2022 | العام الدراسي 2021-2022

CHAPTER 2

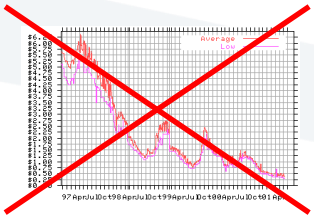
نظرية البيان

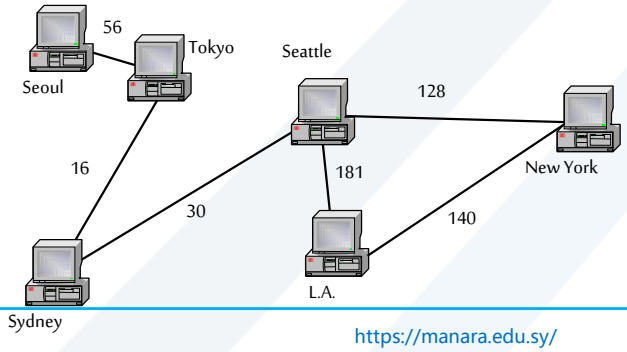
Graph Theory

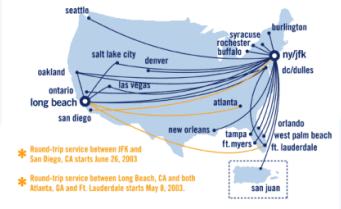
الغاية من المحاضرة الثانية :

- What is the Graph?
- Digraph, Subgraph, Connected graph, Path, Cycle
- Graphs presentation
- Breadth First Search
- Depth First Search

What is a graph?

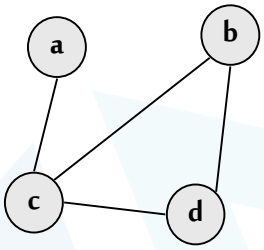






Graph البيان

- graph: A data structure containing:
  - a set of **vertices** *V*, *(sometimes called nodes)*
  - a set of **edges** *E*, where an edge represents a connection between 2 vertices.
    - Graph $G = (V, E)$
    - an edge is a pair (v, w) where v, w are in V
- the graph at right:
  - $V = \{a, b, c, d\}$
  - $E = \{(a, c), (b, c), (b, d), (c, d)\}$
- **degree:** number of edges touching a given vertex.
  - at right: a=1, b=2, c=3, d=2



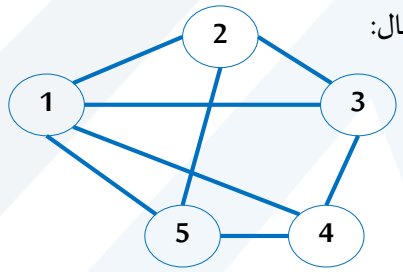
البيان Graph

- البيان G هو ثنائية (V,E) حيث :
  - V هي مجموعة من الرؤوس أو العقد
  - E هي مجموعة من الوصلات التي تربط فيما بين الرؤوس .
- **مثال**

  - V = {1,2,3,4,5}
  - E = {(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,3), (3,4), (4,5),(5,2)}

البيان Graph

- يرمز لعدد العقد في البيان بالرمز |V|
- إذا كان |V|=0 ، فالبيان فارغ.
- يرمز لعدد الوصلات في البيان بالرمز |E|
- إذا كان |E|=0 فالبيان مجموعة من الرؤوس المنفصلة.
- مثال:



|V|=5

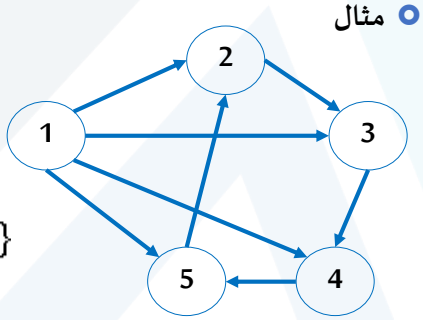
|E|=8

البيان الموجه DiGraph

- البيان الموجه هو بيان لكل وصلة فيه اتجاه.
- لذلك فإن $<v_i, v_j> \neq <v_j, v_i>$ ، حيث $i \neq j$
- مثال

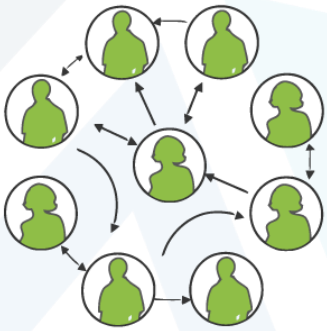
V = { 1,2,3,4,5}

$$E = \{\vec{12}, \vec{13}, \vec{14}, \vec{15}, \vec{23}, \vec{34}, \vec{45}, \vec{52}\}$$



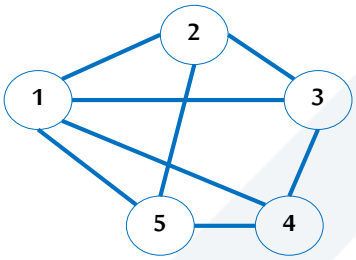
Graph examples

- For each, what are the vertices and what are the edges?
  - Web pages with links
  - Methods in a program that call each other
  - Road maps (e.g., Google maps)
  - Airline routes
  - Facebook friends
  - Course pre-requisites
  - Family trees
  - Paths through a maze

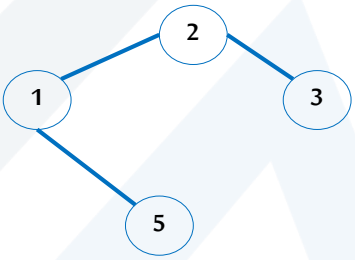


البيان الجزئي Subgraph

- البيان الجزئي G'= (E',V') من البيان G = (E,V) هو بيان حيث V'مجموعة جزئية من V و E' مجموعة جزئية من E



Graph



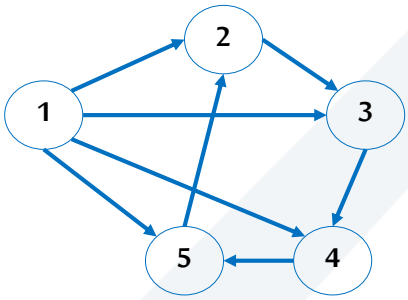
Subgraph

المسار Path

- في البيان، المسار من العقدة V إلى العقدة W هو متتالية من العقد

(V1,V2), (V2,V3),... (Vk-2,Vk-1), (Vk-1,Vk)

بحيث أن:V1 = V ، و Vk = W

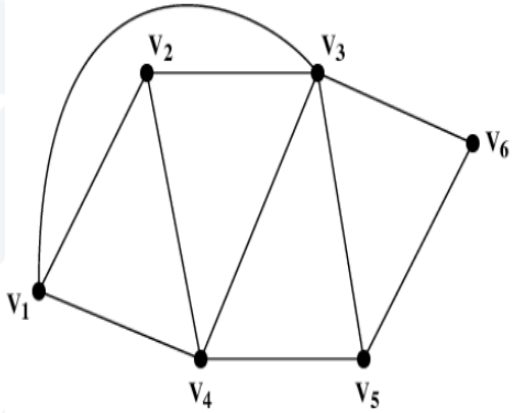


- يعطى هذا المسار عادة بالشكل:
V1,V2,V3,...Vk

- طول **length** المسار السابق k

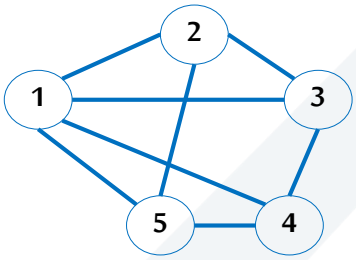
Path المسار

- From V_1 to V_6 (incomplete list)
  - $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$
  - V_1, V_2, V_3, V_5, V_6
  - V_1, V_2, V_3, V_6
  - $V_1, V_2, V_4, V_3, V_5, V_6$
  - V_1, V_2, V_4, V_5, V_6
  - $V_1, V_3, V_2, V_4, V_5, V_6$
  - V_1, V_3, V_6
  - V_1, V_4, V_3, V_6
- Total of 14 paths (Work out the rest yourself)
- V_1, V_3, V_6 is shortest
- Distance between vertices is minimum number of edges on all paths
- Cycle is path staring and ending on same vertex
  - E.g. V_1, V_5, V_4, V_1



Adjacent Nodes العقد المتجاورة

- العقدتان v_i و v_j متجاورتان :
- إذا كانت الوصلة $<v_i, v_j>$ (أو $<v_j, v_i>$) موجودةً في E (في حالة بيان بسيط)
- إذا كان البيان موجهاً:
  - v_j تتلو v_i



الوصلات المتجاورة Adjacent Edges

- الوصلتان e_n و e_m متجاورتان:
  - إذا $e_n=<v_i, v_X>$ و $e_m=<v_X, v_j>$ كانتا في E
  - أي يجب أن يشتركا في عقدة، v_X

```
0-1-2
|\| |
3 4 5
|/
6-7-8

9-10
```


البيان المترابط Connected Graph

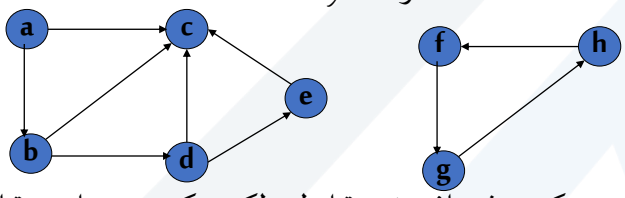
- نقول عن بيان أنه مترابط إذا كان هناك مسار بين أية عقدتين من عقده.
  - أي إذا كان مؤلفاً من مجموعة واحدة من العقد، التي تصل بينها مجموعة من الوصلات، ولا يحوي عقداً منفصلة.
- تعريف الارتباط هنا مستقل عن التوجيه.

البيان المترابط بقوة Strongly Connected Graph

- تخص ميزة الارتباط القوي البيانات الموجهة فقط، وتعرف بما يلي:من أجل أية عقدتين x و y:
  - x و y مرتبطتان بقوة ⟺ يوجد مسار من x إلى y ،

    ومسار من y إلى x

    أو x=y



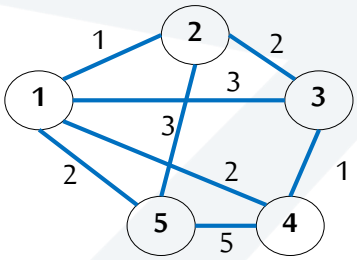
- يتألف البيان من مركبتين فهو إذن غير مترابط، ولكنه مكون من بيانين مترابطين.
- المركبة التي تحوي {g, f, h} مرتبطة بقوة، على حين أن المركبة الأخرى غير مرتبطة بقوة، لأننا لا نستطيع مثلاً الوصول من b إلى a.

الحلقة Cycle

- هو مسار يبدأ وينتهي في نفس العقدة.
- يسمى حلقة في البيانات البسيطة (غير الموجهة)، ودارة Circuit في البيانات الموجهة.
- وتسمى حلقة بسيطة (عكسها الحلقة المركبة) إذا كنا نمر على جميع العقد مرة واحدة فقط (باستثناء عقدة البداية).

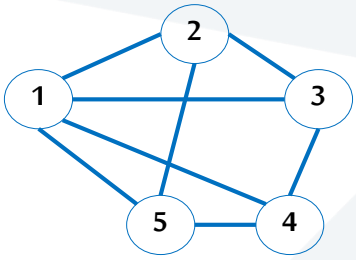
البيان المثقل Weighted Graph

- البيان المثقل G = (V,E,W) هو بيان يحقق أن لكل وصلة e في E وزناً يرمز له بـ W(e).



- وزن بيان ما هو مجموع أوزان الوصلات التي تؤلف البيان.

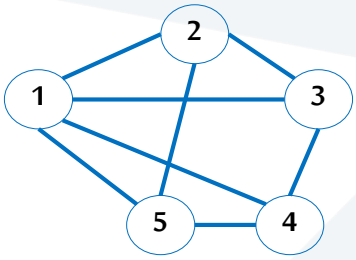
تمثيل البيانات Graphs presentation



- لائحة الوصلات List of edges
- مصفوفة التجاور Adjacency Matrix
- لائحة التجاور Adjacency list
- مصفوفة الورود Incidence Matrix

List of Edges لائحة الوصلات

- نمثل البيان المجاور باللائحة الآتية:



1,2

1,3

1,4

1,5

2,3

2,5

3,4

4,5

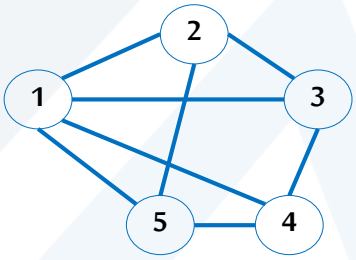
- الحجم اللازم للتمثيل من رتبة O(|E|)

Adjacency Matrix مصفوفة التجاور

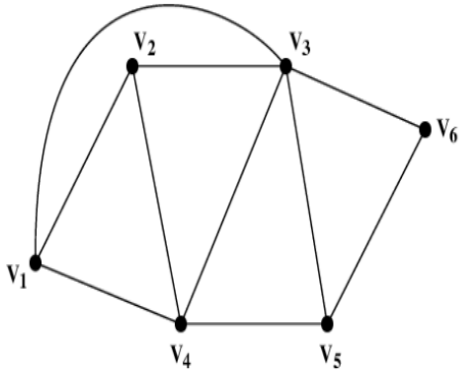
$$A_{J,K} = \begin{cases} 1 & \text{if } V_J V_K \in E \text{ (that is if } V_J V_K \text{ is an edge)} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- نمثل البيان الآتي بالمصفوفة المجاورة:

	1	2	3	4	5
1	0	1	1	1	1
2	1	0	1	0	1
3	1	1	0	1	0
4	1	0	1	0	1
5	1	1	0	1	0



مصفوفة التجاور Adjacency Matrix



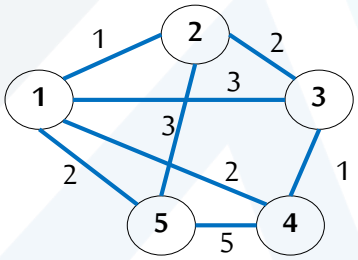
$$
\begin{array}{c|cccccc}
 & V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 & V_6 \\
\hline
V_1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
V_2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
V_3 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
V_4 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
V_5 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
V_6 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0
\end{array}
$$

مصفوفة التجاور Adjacency Matrix

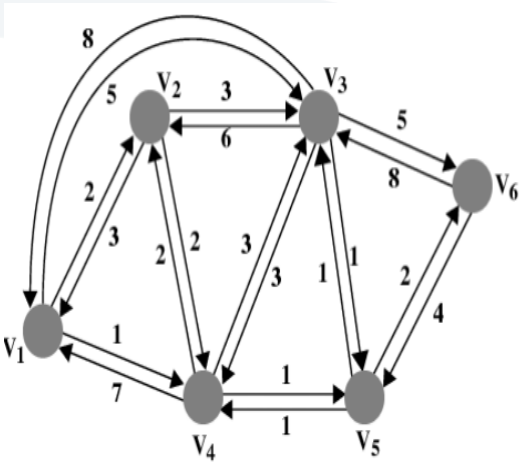
- في حالة البيانات المثقلة:

$$
a_{i,j} = \begin{cases} w(v_i, v_j) & \text{if } (v_i, v_j) \in E \\ 0 & \text{if } i = j \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}
$$

	1	2	3	4	5
1	0	1	3	2	2
2	1	0	2	∞	3
3	3	2	0	1	∞
4	2	∞	1	0	5
5	2	3	∞	5	0



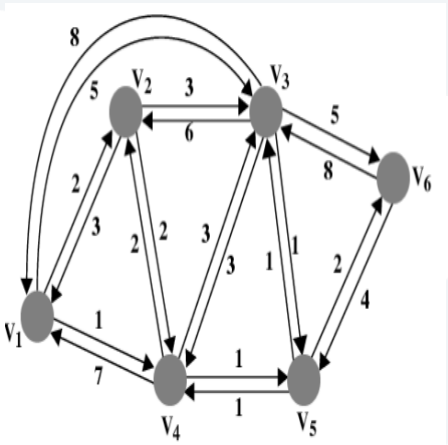
Adjacency Matrix مصفوفة التجاور



	V1	V2	V3	V4	V5	V6
V1	0	2	5	1	∞	∞
V2	3	0	3	2	∞	∞
V3	8	6	0	3	1	5
V4	7	2	3	0	1	∞
V5	∞	∞	1	1	0	2
V6	∞	∞	8	∞	4	0

Adjacency Matrix مصفوفة التجاور

- احسب المسافات وأطوال المسار بين V1 و V6

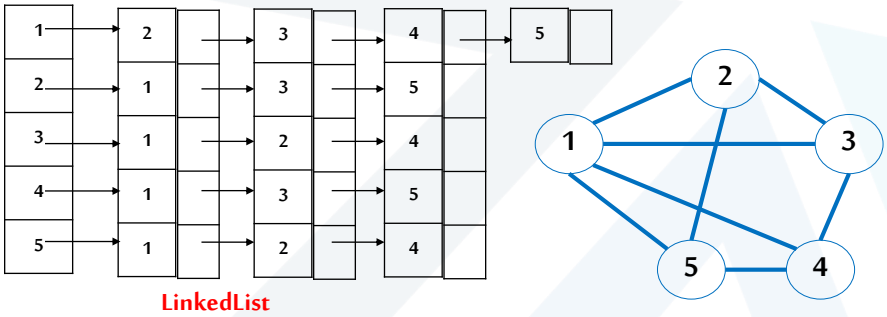


Path Distances and Lengths V_1 to V_6

Path	Distance	Length
V_1,V_2,V_3,V_4,V_5,V_6	5	11
V_1,V_2,V_3,V_5,V_6	4	8
V_1,V_2,V_3,V_6	3	10
V_1,V_2,V_4,V_3,V_5,V_6	5	10
V_1,V_2,V_4,V_5,V_6	4	7
V_1,V_3,V_2,V_4,V_5,V_6	5	16
V_1,V_3,V_6	2	10
V_1,V_4,V_5,V_6	3	4

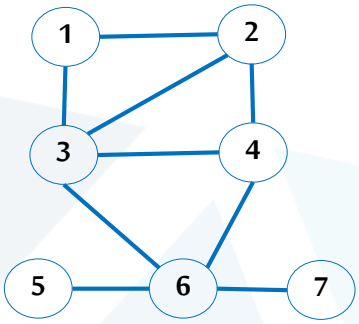
Adjacency List لائحة التجاور

- نمثل البيان الآتي باللائحة المجاورة:



- حيث تتضمن اللائحة LinkedList [i] جميع العقد المجاورة لـ i .

Example 1

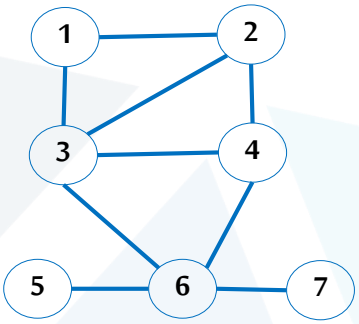


- المطلوب:
  1. أوجد مصفوفة التجاور.
  2. أوجد لائحة التجاور.

Example 1

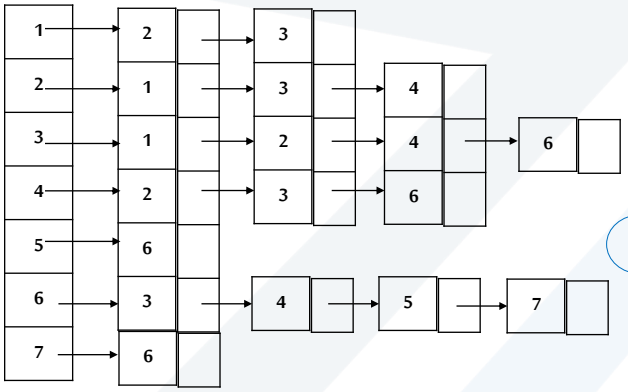
مصفوفة التجاور

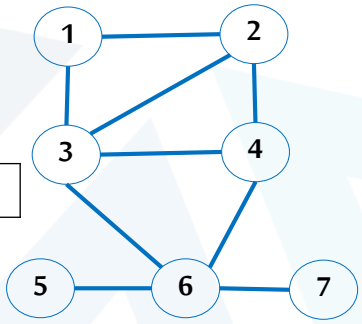
	1	2	3	4	5	6	7
1	0	1	1	0	0	0	0
2	1	0	1	1	0	0	0
3	1	1	0	1	0	1	0
4	0	1	1	0	0	1	0
5	0	0	0	0	0	1	0
6	0	0	1	1	1	0	1
7	0	0	0	0	0	1	0



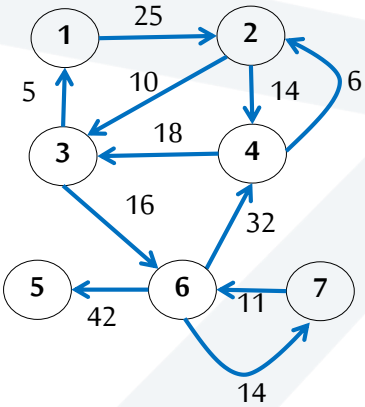
Example 1

لائحة التجاور





Example 2

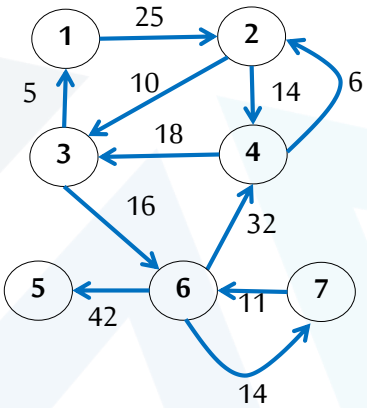


- المطلوب:
  ١. أوجد مصفوفة التجاور.
  ٢. أوجد لائحة التجاور.

Example 2

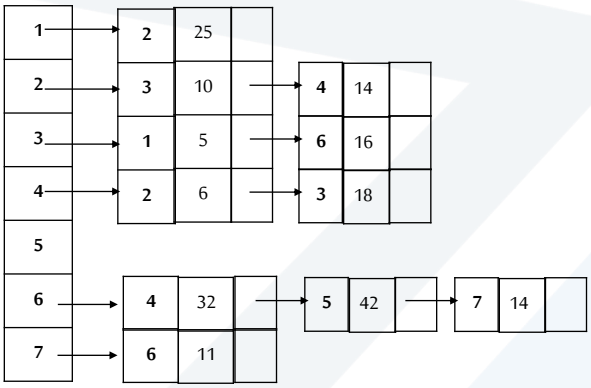
مصفوفة التجاور

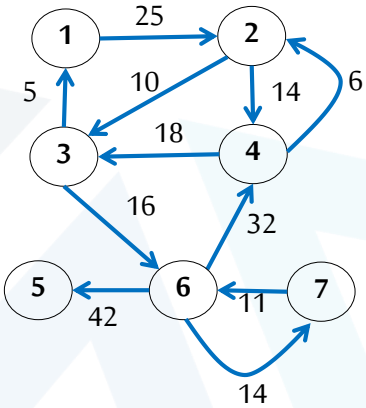
	1	2	3	4	5	6	7
1	0	25	∞	∞	∞	∞	∞
2	∞	0	10	14	∞	∞	∞
3	5	∞	0	∞	∞	16	∞
4	∞	6	18	0	∞	∞	∞
5	∞	∞	∞	∞	0	∞	∞
6	∞	∞	∞	32	42	0	14
7	∞	∞	∞	∞	∞	11	0



Example 2

لائحة التجاور



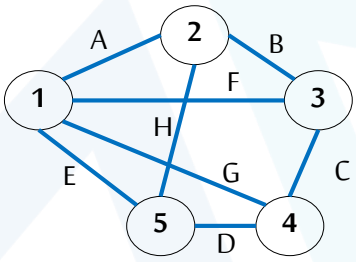


Incidence Matrix مصفوفة الورود

$$A_{J,K} = \begin{cases} 1 & \text{if the vertix J is an end of edge K} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- نمثل البيان الآتي بالمصفوفة المجاورة:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	1	0	0	0	1	1	1	0
2	1	1	0	0	0	0	0	1
3	0	1	1	0	0	1	0	0
4	0	0	1	1	0	0	1	0
5	0	0	0	1	1	0	0	1



تطبيقات على البيان

- Depth-First Search
- Breadth-First Search
- Single-Source Shortest path
- All-Pairs Shortest path
- Minimum Spanning Tree

البحث بالعرض أولاً Breadth First Search

- هي طريقة بحث في البيان تبدأ بعقدة *s* تعرف بالمصدر *source* وتستكشف كل عقدة يمكن الوصول إليها من *s* قبل الانتقال لاستكشاف جميع مجاورات هذه العقد المستكشفة للتو واحدةً تلو الأخرى، وهكذا.

- أي تعتمد على استكشاف العقد اعتباراً من عقدة المصدر وفق الترتيب المتصاعد لبعد العقد عن العقدة s، حيث يمثل البعد هنا عدد الوصلات في السلسلة التي تفصل بين عقدة ما والمصدر. ولهذا السبب نتحدث عن البحث بالعرض، لأن الخوارزمية تكتشف جميع العقد ذات البعد r قبل أن تستكشف العقد ذات البعد r+1.

Breadth First Search البحث بالعرض أولاً

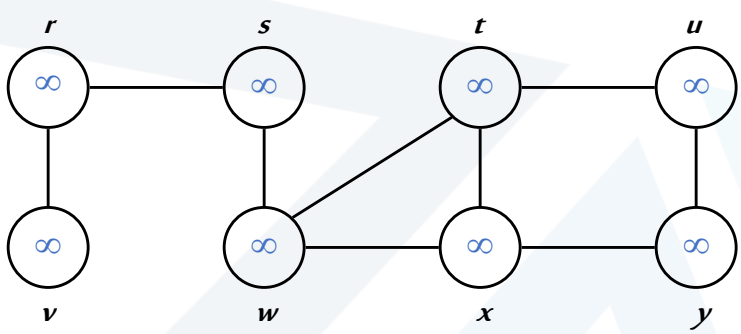
```
Breadth-first(Graph, startNode)

for X = 1 to |V| do
        Type[X] = unvisited;
Create(Queue);
Type[startNode] = inQueue;
Insert(startNode, Queue);
visitOrder = 1;
```

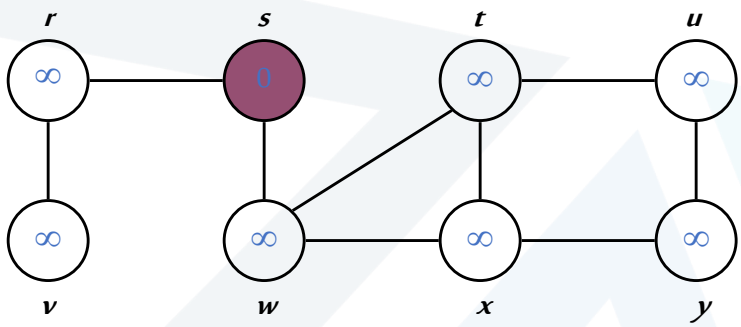
O(|E|+|V|)

```
while not IsEmpty(Queue) do
        nextNode = GetFirst(Queue);
        List[nextNode] = visitOrder;
        visitOrder++;
        Type[nextNode] = visited;
        for each node adjacent to nextNode do
                if Type[node] == unvisited then
                        Type[node] = inQueue;
                        Insert(node, Queue);
                end if;
        end for;
end while;
return List;
```


Breadth First Search البحث بالعرض أولاً

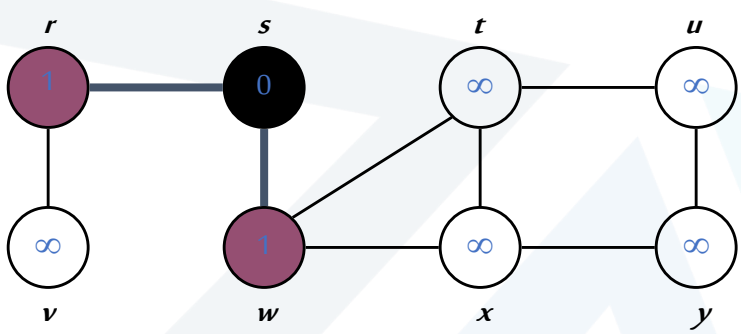


Breadth First Search: Example



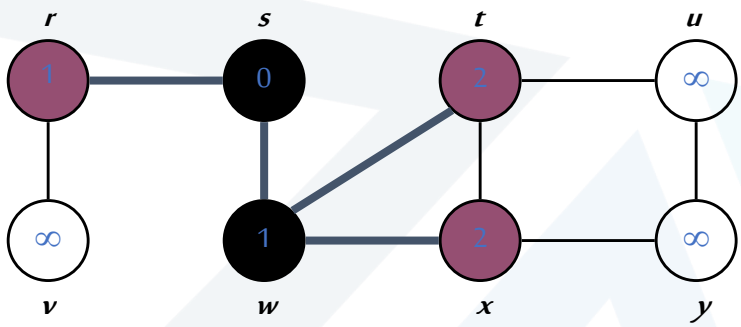
Q: | s |

Breadth First Search: Example



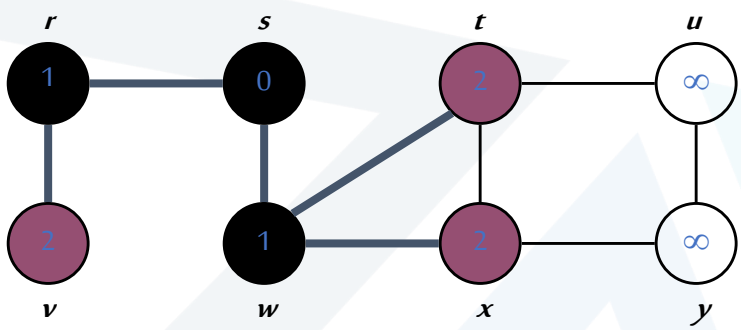
Q: | w | r |

Breadth First Search: Example



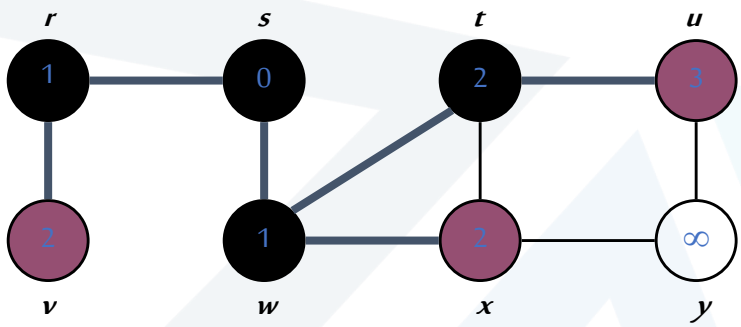
Q: | r | t | x |

Breadth First Search: Example



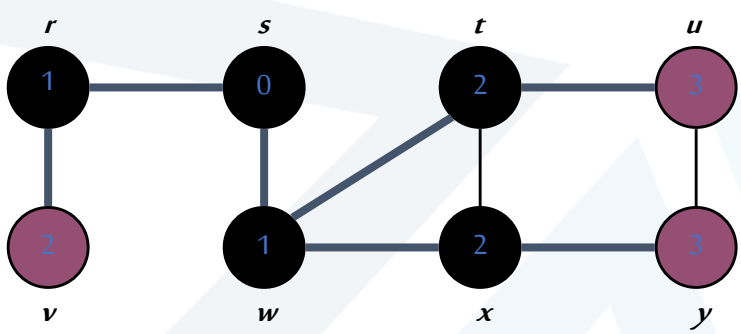
Q: | t | x | v |

Breadth First Search: Example



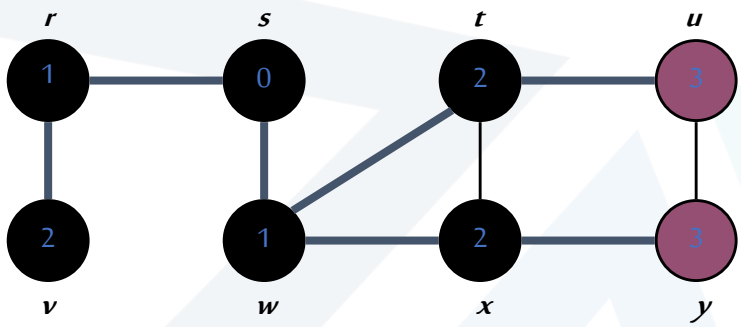
Q: | x | v | u |

Breadth First Search: Example



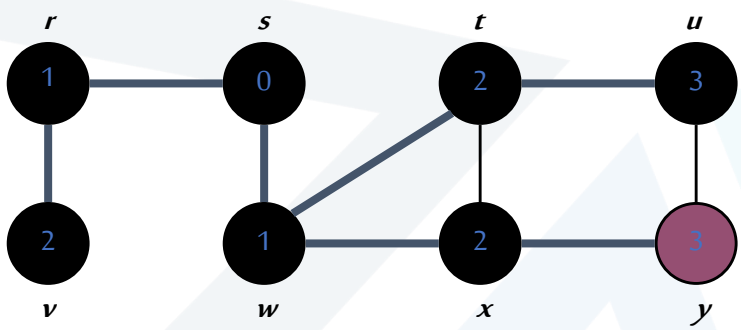
Q: | v | u | y |

Breadth First Search: Example



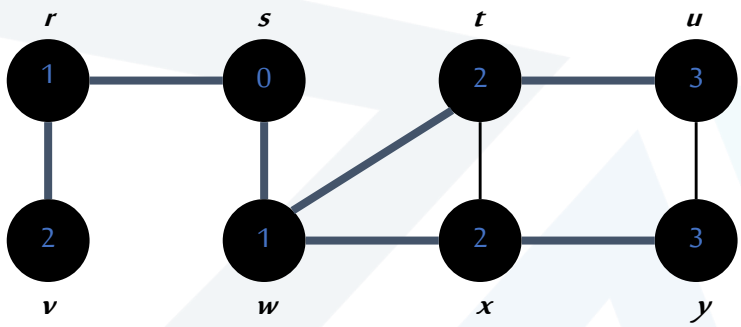
Q: | u | y |

Breadth First Search: Example



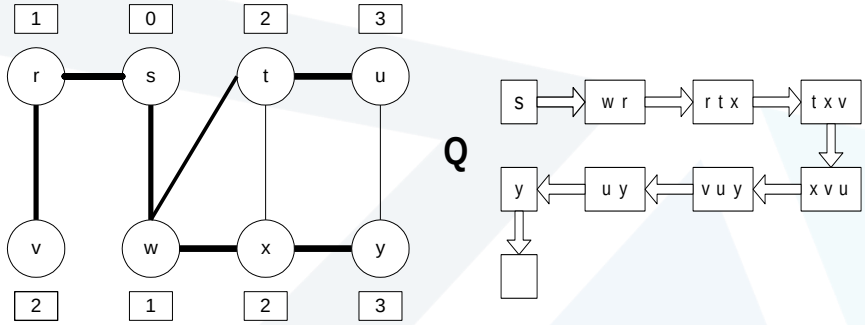
Q: | y |

Breadth First Search: Example



Q: Ø

Breadth First Search: Example

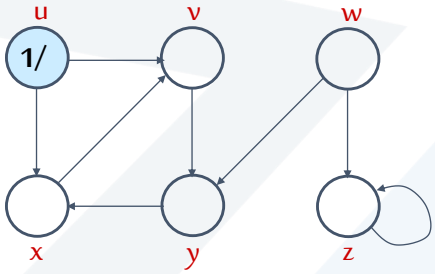


- ترتيب البحث في العقد هو {s, w, r, t, x, v, u, y}
- شجرة البحث بالعرض

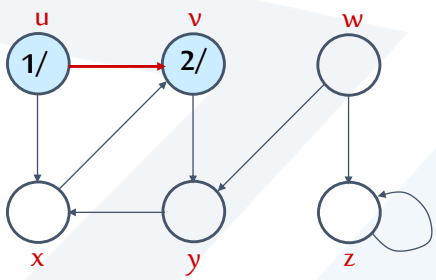
البحث بالعمق أولاً Depth First Search

- هي طريقة بحث في البيان تبدأ بعقدة المصدر وتطلب عودياً نفسها من أجل العقد المجاورة للمصدر.
- تعتمد على استكشاف البيان بزيارة العقد المتتالية حتى أقصى عمق ممكن، أي باستكشاف جوار أحدث عقدة جرى استكشاف ها.

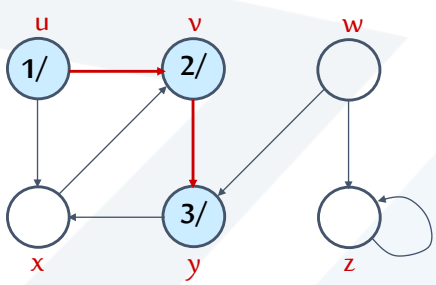
Depth First Search: Example



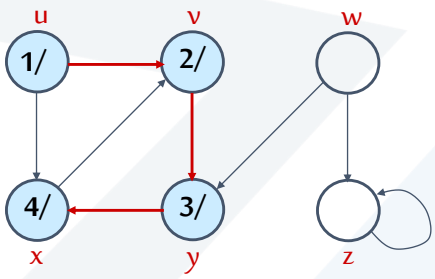
Depth First Search: Example



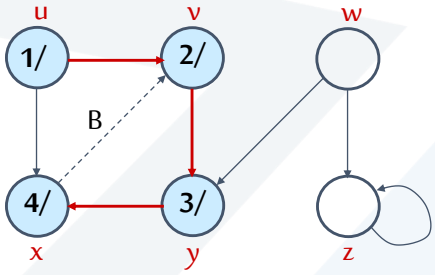
Depth First Search: Example



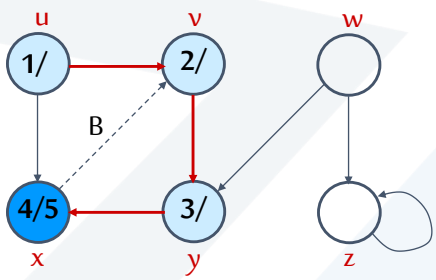
Depth First Search: Example



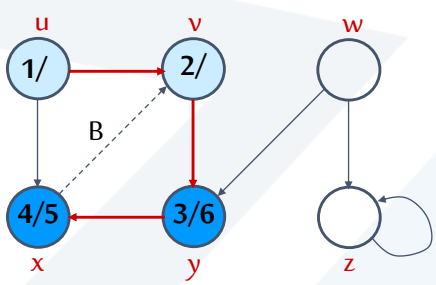
Depth First Search: Example



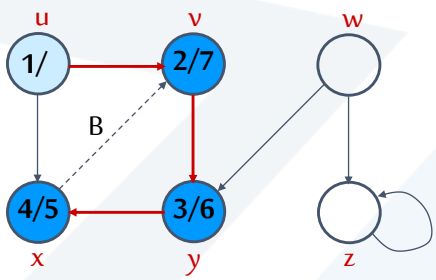
Depth First Search: Example



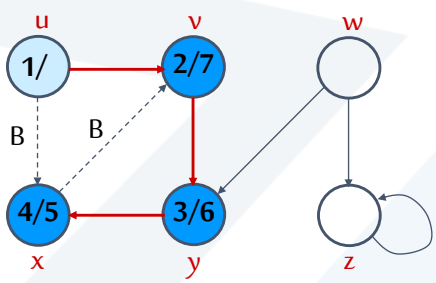
Depth First Search: Example



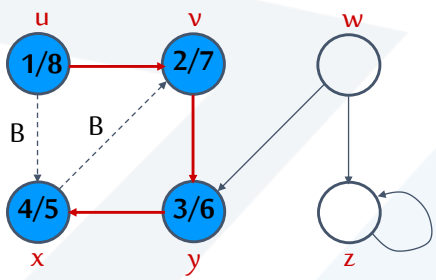
Depth First Search: Example



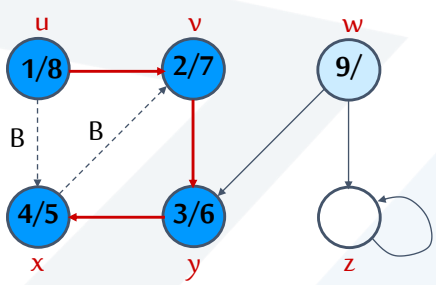
Depth First Search: Example



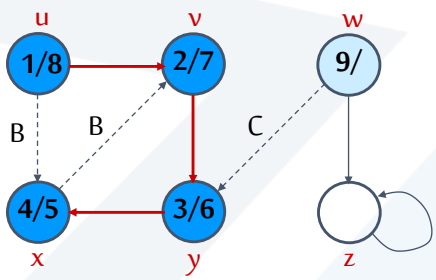
Depth First Search: Example



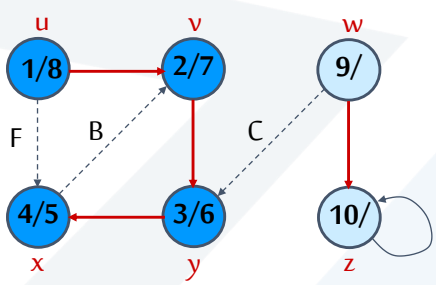
Depth First Search: Example



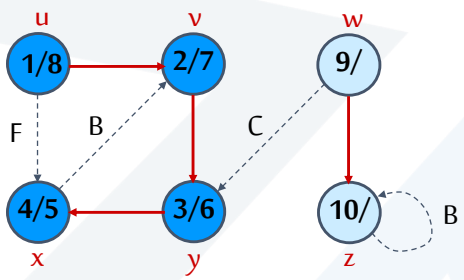
Depth First Search: Example



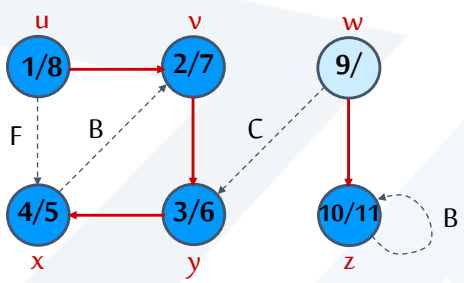
Depth First Search: Example



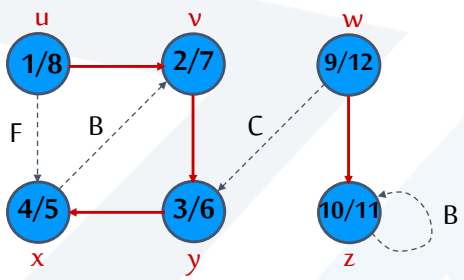
Depth First Search: Example



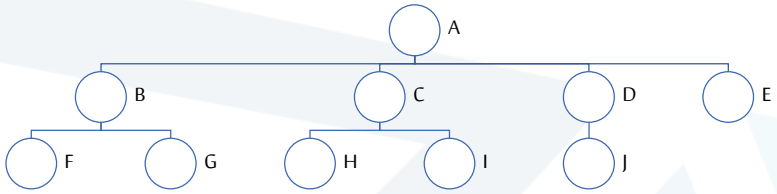
Depth First Search: Example



Depth First Search: Example



Example



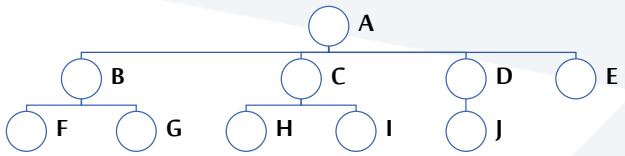
➢ **المطلوب:**

١. طبق خوارزمية البحث بالعرض أولاً BFS، وأكمل الجدول.

٢. طبق خوارزمية البحث بالعمق أولاً DFS، وأكمل الجدول.

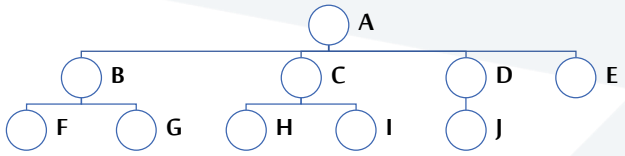
العقد التي يجب زيارتها	العقدة الحالية	العقد المزارة
[A]	-	[]
[B C D E]	[A]	[A]

Example: BFS



العقد المزارة	العقدة الحالية	العقد التي يجب زيارتها
[]	-	[A]
[A]	[A]	[B C D E]
[A B]	[B]	[C D E F G]
[A B C]	[C]	[D E F G H I]
[A B C D]	[D]	[E F G H I J]
[A B C D E]	[E]	[F G H I J]
[A B C D E F]	[F]	[G H I J]
[A B C D E F G]	[G]	[H I J]
[A B C D E F G H]	[H]	[I J]
[A B C D E F G H I]	[I]	[J]
[A B C D E F G H I J]	[J]	[]

Example: DFS



العقد المزارة	العقدة الحالية	العقد التي يجب زيارتها
[]	-	[A]
[A]	[A]	[B C D E]
[A B]	[B]	[F G C D E]
[A B F]	[F]	[G C D E]
[A B F G]	[G]	[C D E]
[A B F G C]	[C]	[H I D E]
[A B F G C H]	[H]	[I D E]
[A B F G C H I]	[I]	[D E]
[A B F G C H I D]	[D]	[J E]
[A B F G C H I D J]	[J]	[E]
[A B F G C H I D J E]	[E]	[]