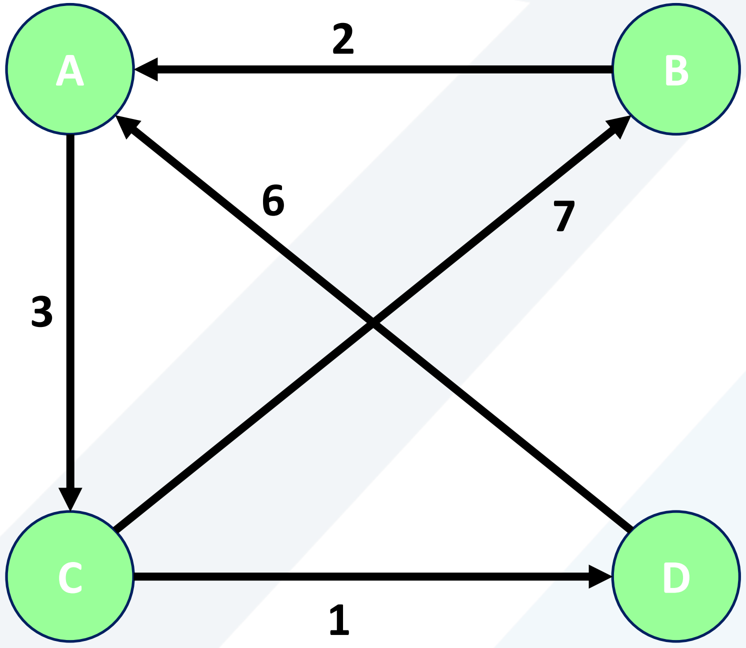
المسار الأقل - خوارزمية فلويد

د . م . أيمن حسن يوسف

مثال:

أوجد حل الشبكة باستخدام نظرية فلويد.



الحل:

-الخطوة الأولى نوجد المصفوفة D_0 حيث **K=0**

$$D_0 = \begin{array}{c|cccc} & A & B & C & D \\ \hline A & - & \infty & 3 & \infty \\ B & 2 & - & \infty & \infty \\ C & 8 & 7 & - & 1 \\ D & 6 & \infty & \infty & - \end{array}$$

-الخطوة الثانية نوجد D_1 حيث $K=1$

نأخذ أول صف مع أول عمود(تبقى قيم الصف والعمود الأول ثابتة)

ونغير باقي القيم وفق العلاقة:

$$W_{ij}^{k} = \min(W_{ij}^{k-1}, W_{ik}^{k-1} + W_{kj}^{k-1})$$

ثم نأخذ الصف الثاني مع العمود الثاني(تبقى قيم الصف والعمود الثاني ثابتة) ونغير باقي القيم.وهكذا

تنتهي الخوارزمية عندما يتم مسح كامل المصفوفة

K=1

$$D_0 = \begin{bmatrix} - & \infty & 3 & \infty \\ 2 & - & \infty & \infty \\ 8 & 7 & - & 1 \\ 6 & \infty & \infty & - \end{bmatrix}$$

$$W_{ij}^{k} = \min(W_{ij}^{k-1}, W_{ik}^{k-1} + W_{kj}^{k-1})$$

$$W_{23} = \min(w_{23}^{0}, w_{21}^{0} + w_{13}^{0}) = \min(\infty, 2+3) = \min(\infty, 5) = 5$$
$$W_{24} = \min(w_{24}^{0}, w_{21}^{0} + w_{14}^{0}) = \min(\infty, 2+\infty) = \min(\infty, \infty) = \infty$$
$$W_{32} = \min(7, 8+\infty) = \min(7, \infty) = 7$$
$$W_{34} = \min(1, 8+\infty) = \min(1, \infty) = 1$$
$$W_{42} = \min(\infty, \infty) = \infty, \quad W_{43} = \min(\infty, 9) = 9$$

K=2

$$D_1 = \begin{bmatrix} - & \infty & 3 & \infty \\ 2 & - & 5 & \infty \\ 8 & 7 & - & 1 \\ 6 & \infty & 9 & - \end{bmatrix}$$

$$W_{ij}^{k} = \min(W_{ij}^{k-1},\ W_{ik}^{k-1} + W_{kj}^{k-1})$$

$$W_{13} = \min(w_{13}^{1}, w_{12}^{1} + w_{23}^{1}) = \min(3, \infty + 5) = \min(3, \infty) = 3$$

$$W_{14} = \min(w_{14}^{1}, w_{12}^{1} + w_{24}^{1}) = \min(\infty, \infty + \infty) = \min(\infty, \infty) = \infty$$

$$W_{31} = \min(\infty, 7 + 2) = \min(\infty, 9) = 9$$

$$W_{34} = \min(1, 7 + \infty) = \min(1, \infty) = 1$$

$$W_{41} = \min(6, \infty) = 6,\ W_{43} = \min(9, \infty) = 9$$

K=3

$$D_2 = \begin{bmatrix} - & \infty & 3 & \infty \\ 2 & - & 5 & \infty \\ 9 & 7 & - & 1 \\ 6 & \infty & 9 & - \end{bmatrix}$$

$$W_{ij}^{k} = \min(W_{ij}^{k-1}, W_{ik}^{k-1}+W_{kj}^{k-1})$$

$$W_{12} = \min(w_{12}^{2}, w_{13}^{2} + w_{32}^{2}) = \min(\infty, 3 + 7) = \min(\infty, 10) = 10$$

$$W_{14} = \min(w_{14}^{2}, w_{13}^{2} + w_{34}^{2}) = \min(\infty, 3 + 1) = \min(\infty, 4) = 4$$

$$W_{21} = \min(2,5 + 9) = \min(2,14) = 2$$

$$W_{24} = \min(\infty, 5 + 1) = \min(\infty, 6) = 6$$

$$W_{41} = \min(6,18) = 6, W_{42} = \min(\infty, 16) = 16$$

K=4

$$D_3 = \begin{bmatrix} - & 10 & 3 & 4 \\ 2 & - & 5 & 6 \\ 9 & 7 & - & 1 \\ 6 & 16 & 9 & - \end{bmatrix}$$

$$W_{ij}^{k} = \min(W_{ij}^{k-1}, W_{ik}^{k-1} + W_{kj}^{k-1})$$

$$W_{12} = \min(w_{12}^3, w_{14}^3 + w_{42}^3) = \min(10,16+4) = \min(10,20) = 10$$

$$W_{13} = \min(w_{13}^3, w_{14}^3 + w_{43}^3) = \min(3,4+9) = \min(3,13) = 3$$

$$W_{21} = \min(2,6+6) = \min(2,12) = 2$$

$$W_{23} = \min(5,6+9) = \min(5,15) = 5$$

$$W_{31} = \min(9,7) = 7, W_{32} = \min(7,17) = 7$$

$$D_4 = \begin{bmatrix} - & 10 & 3 & 4 \\ 2 & - & 5 & 6 \\ 7 & 7 & - & 1 \\ 6 & 16 & 9 & - \end{bmatrix}$$

ومنة أقصر طريق بين العقد هو:

$$\mathrm{D} = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ D \end{array} & \begin{bmatrix} - & 10 & 3 & 4 \\ 2 & - & 5 & 6 \\ 7 & 7 & - & 1 \\ 6 & 16 & 9 & - \end{bmatrix} \end{array}$$