جَامعة
المَنارة
MANARA UNIVERSITY

CPM , PERT

د . م . أيمن حسن يوسف

بداية تصميم تقنيات ال CPM , PERT

أول من قام بتصميم اسلوب المسار الحرج هي شركة دي بونت DU PONT الأمريكية عام 1957 لأغراض تخطيط و جدولة تنفيذ أحد مصانع الكيماويات التابع لها ثم انتشر استخدام هذا الأسلوب في عدد من مجالات الصناعات الإنشائية كبناء الجسور و المستشفيات والمصانع .

أما تقنية تقييم و مراجعة PERT البرامج فقد صممت بتعاون مجموعة من الباحثين في عامي 1958 و 1959 لحساب البحرية الأمريكية بغرض تخطيط و جدولة تنفيذ مشروعاتها العسكرية و لإغراض التحكم في الشفرات الهجومية و الدفاعية و قد انتشر هذا الأسلوب أيضا من ذلك التاريخ في جدولة و تنفيذ المشروعات باختلاف أنواعها.

يتشابه كل من أسلوب المسار الحرج ال CPM مع تقنية تقييم و مراجعة البرامج PERT من حيث الأسس و الإجراءات فكلاهما يؤدي إلى توفير أفضل الخطط لتنفيذ المشروعات طبقا لتتابعها الزمني و التقني , كما يوفر البيانات اللازمة لمتابعة التنفيذ بكفاءة عن طريق التركيز على المهام و العمليات التي تمثل مراكز اختناق

غير أنهما يختلفان من حيث أسس و إجراءات حساب الزمن اللازم لتنفيذ كل مهمة أو عملية من عمليات المشروع كما يلي :

في شبكات CPM يقدر زمن وحيد لكل نشاط و احيانا زمنين – زمن طبيعي و زمن مضغوط

في شبكات PERT بما أنه نموذج احتمالي فإن زمن انجاز النشاط يتعلق بثلاثة تقديرات مختلفة للزمن هي كما في الشريحة التالية

1- الزمن a :

هو optimistic Time (أي أقصر زمن ممكن) بافتراض تحقق أفضل الشروط لإنجاز النشاط

2- الزمن m :

الزمن الاكثر إمكانية (احتمالا) Most likely Time (أي منوال التوزيع) بافتراض تحقق شروط طبيعية لإنجاز النشاط

3- الزمن b :

هو الزمن الأكثر تشاؤما pessimistic Time (أي اطول زمن ممكن) بافتراض تحقق أسوأ الشروط لإنجاز النشاط

وقد بينت الدراسات أن تقديرات زمن انجاز النشاط في PERT تخضع لتوزيع بيتا وحسب التوزيع فإن التوقع الرياضي لزمن انجاز كل نشاط هو :

$$E=(a+4m+b)/6$$

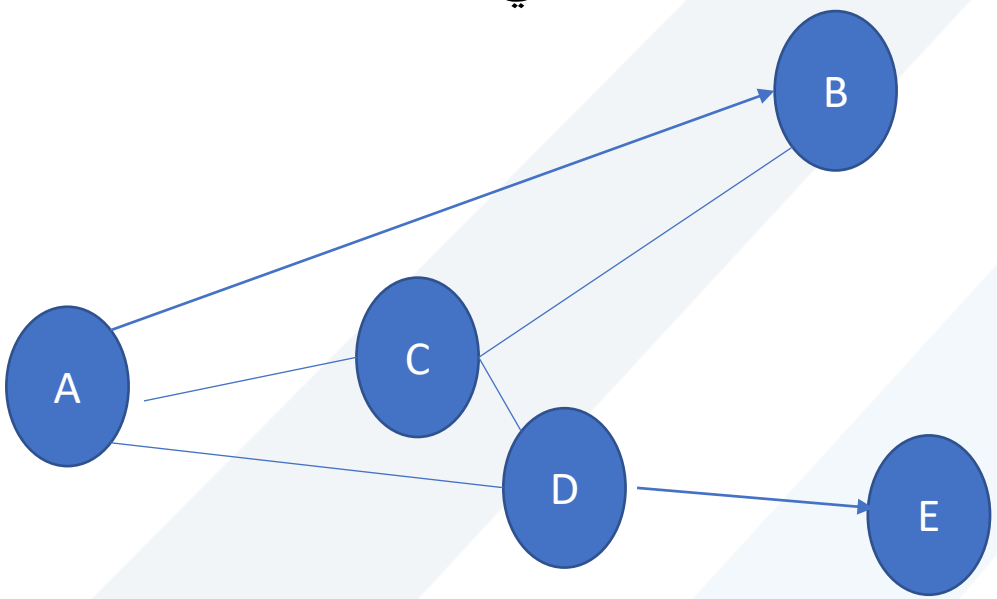
والانحراف المعياري لزمن انجاز كل نشاط هو :

$$\Sigma=b-a/6$$

تعاريف و مصطلحات أساسية :

الشبكة Network :

هي مجموعة من العقد (nodes) و مجموعة من الأقواس التي تصل بين أزواج العقد ,
يرمز للعقد
إما بحروف متسلسلة أو بأعداد متسلسة وللاقواس بأسماء العقد التي تصل بينها



-القوس الموجه Directed arc :

يكون القوس موجها اذا كان له اتجاه مرتبط به وتحدد الاتجاهات بوضع اسهم على الاقواس مثل القوس AB و لا يسمح بحركة معاكسة حيث الحركة من Aإلى B فقط

أما الاقواس غير الموجهة فيسمح لها بالحركة بالاتجاهين

الأقواس المتصلة CONNECTED ARCS:

نقول عن قوسين انهما متلصين اذا كان لهما عقدة مشتركة مثل الأقواس AB ,AC.

-المسار PATH:

ان تتابع الاقواس مع اهمال اتجاهاتها التي تصل بين العقدة I و العقدة J يسمى مسارا بين هاتين العقدتين و عندما يكون J=Iيكون المسار حلقة LOOP

الشبكة المتصلة CONNECTED NETWORK:

نقول عنها متصلة اذا كان زوج من العقد في الشبكة على الأقل مسار واحد يصل بينهما مثل الشبكة السابقة

النشاط ACTIVITY :

إن أي مشروع يقسم الى مجموعات صغيرة من الأعمال التي يمكن السيطرة عليها بسهولة و هذه المجموعات تدعى الأنشطة يجب أن تنفذ وفق تسلسل أو ترتيب معين بقصد الوصول إلى هدف نهائي منشود وكل نشاط في المشروع يمثل بقوس موجه و عقدتين لتمثلا بداية و نهاية النشاط ,حيث تسمى عقدة بداية النشاط بالحدث الخلفي و عقدة نهاية النشاط بالحدث الأمامي
HEAD & TAIL EVENT

حدث بداية حدث نهاية

يطلق على الحدث الذي يحدد بداية المشروع بـ , Start event Project
ويطلق على الحدث الذي يحدد نهاية المشروع ب الحدث الاخير النهائي Terminal event Project

قواعد رسم الشبكة

1 – نمثل كل نشاط بقوس موجه , وكل حادث بعقدة تأخذ شكل دائرة صغيرة .

2 – نحدد جهة التقدم في كل نشاط بتخصيص رقم للحدث الخلفي –بداية النشاط – اصغر من الرقم الخاص بالحدث الامامي –نهاية النشاط.

3 - القوس قد يأخذ شكل مستقيم و ليس بالضرورة ان يكون طوله متناسبا مع مدة النشاط

طريقة المسار الحرج CPM (Critical path method)

- يعرف المسار الحرج (critical path) بأنه سلسلة من الأنشطة الحرجة التي تربط نقطة البداية والنهاية في المخطط الشبكي, وسميت هذه الأنشطة بالأنشطة الحرجة لأن الوقت الفائض في تنفيذها يساوي صفر, لذلك فأن أي تأخير فيها يؤدي الى تأخير تنفيذ المشروع الكلي.
- تتضمن حسابات المسار الحرج تطبيق نوعين من الحسابات الأولى تسمى بالحسابات المتقدمة (forward path calculation) وهذه تبدأ من أول نقطة زمنية في المخطط الشبكي وتتجه الى آخر نقطة زمنية في المخطط الشبكي وعند كل نقطة زمنية نحسب رقم (يوضع داخل مربع صغير) ويمثل هذا الرقم وقت الحدوث أو زمن الأبتداء المبكر لتلك الأنشطة التي تبدأ بالحدث (i) وهو أقرب وقت متوقع لأتمام عمل معين.

- . فأذا افترضنا (ES_i) يمثل وقت الأبتداء المبكر لكل الأنشطة التي تبدأ بالحدث (i) فاذا كانت $(i = 1)$ فأن:

$$ES_1 = 0$$

- يشكل بداية الحسابات وعليه يستخرج (ES_j) لحدث نهاية النشاط $(i\ \&\ j)$ حيث $(i < j)$ وفقاً للقاعدة التالية:

$$ES_j = \max_i [ES_i + D_{ij}]$$

- ولكافة الأنشطة $(i\ \&\ j)$.
- حيث يمثل (D_{ij}) وقت تنفيذ النشاط $(i\ \&\ j)$ مقدراً بالساعات أو الأيام أو الأسابيع أو الشهر أو أية وحدة زمنية أخرى.

طريقة المسار الحرج CPM (Critical path method)

- أما الخطوة الثانية من الحسابات فتشمل استخراج ما يسمى بوقت الأنجاز المتأخر لكافة الأنشطة المؤدية للحدث (i).
- فاذا كانت $(i = n)$ تمثل الحدث الأخير, فأن:

$$LC_n = ES_k$$

- يوضح أساس الحسابات المتأخرة, وبصورة عامة لأية نقطة زمنية (حدث i) نستخدم القاعدة التالية:

$$LC_i = \min_j [LC_j - D_{ij}]$$

ملاحظة:

يمثل وقت الأنجاز المتأخر أكبر عدد من الأيام أو الأسابيع أو الأشهر أو السنوات يمكن أن ينقضي بين أول حدث في الشبكة واي حدث يكون موضع سؤال دون أن يؤدي ذلك الى تاخير توقيت أتمام المشروع الكلي

طريقة المسار الحرج CPM (Critical path method)

- أما الخطوة الثانية من الحسابات فتشمل استخراج ما يسمى بوقت الأنجاز المتأخر لكافة الأنشطة المؤدية للحدث (i).
- فاذا كانت $(i = n)$ تمثل الحدث الأخير, فأن:

$$LC_n = ES_k$$

- يوضح أساس الحسابات المتأخرة, وبصورة عامة لأية نقطة زمنية (حدث i) نستخدم القاعدة التالية:

$$LC_i = \min_j [LC_j - D_{ij}]$$

ملاحظة:

يمثل وقت الأنجاز المتأخر أكبر عدد من الأيام أو الأسابيع أو الأشهر أو السنوات يمكن أن ينقضي بين أول حدث في الشبكة واي حدث يكون موضع سؤال دون أن يؤدي ذلك الى تاخير توقيت أتمام المشروع الكلي

طريقة المسار الحرج CPM (Critical path method)

- أما الخطوة الثانية من الحسابات فتشمل استخراج ما يسمى بوقت الأنجاز المتأخر لكافة الأنشطة المؤدية للحدث (i).
- فاذا كانت $(i = n)$ تمثل الحدث الأخير, فأن:

$$LC_n = ES_k$$

- يوضح أساس الحسابات المتأخرة, وبصورة عامة لأية نقطة زمنية (حدث i) نستخدم القاعدة التالية:

$$LC_i = \min_j [LC_j - D_{ij}]$$

ملاحظة:

يمثل وقت الأنجاز المتأخر أكبر عدد من الأيام أو الأسابيع أو الأشهر أو السنوات يمكن أن ينقضي بين أول حدث في الشبكة واي حدث يكون موضع سؤال دون أن يؤدي ذلك الى تاخير توقيت أتمام المشروع الكلي

طريقة المسار الحرج CPM (Critical path method)

من المهم معرفة أن النشاط غير الحرج يرافقه وقت فائض يعطي الإدارة مرونة في استخدام الموارد المتاحة .

و لتحديد المسار الحرج في شبكات ال CPM و ال PERTيتم من خلال 3 مراحل :

1- حساب زمن البداية المبكر للأنشطة (حسابات مرحلة الانتقال نحو الأمام)

2- حساب زمن الإنجاز المتأخر للأنشطة (حسابات مرحلة الانتقال نحو الوراء)

3- مرحلة تحديد الانشطة الحرجة و طولها

سيتم شرح الخطوات بالتفصيل

طريقة المسار الحرج CPM (Critical path method)

المرحلة الأولى : حساب زمن البداية المبكر EARLIEST START TIME لجميع الانشطة (حيث حسابات مرحلة الانتقال نحو الامام)

لنرمز ب Esi إلى زمن البداية المبكرة لجميع النشطة التي تنطلق من الحادث I

ولقد ذكر سابقا انه قد تم الاتفاق على أن ES1=0

ويكون Esj=MAX[Esi+Dij]

المرحلة الثانية :

حساب زمن الانجاز المتأخر Lateset Completion Time لجميع الانشطة (حسابات مرحلة الانتقال نحو الوراء)

لنرمز ب Lci لزمن الانجاز المتأخر لجميع الانشطة المنتهية بالحادث i و قد اتفق على انه عندما i=n الحادث النهائي فإن LCn=Esn

و بالتالي نحصل على الحسابات من

Lci=Min[LCj-Dij]

المرحلة الثالثة:

مرحلة تحديد الانشطة الحرجة وطولها

تحدد الانشطة الحرجة باستخدام نتائج الانتقالين الامامي و العكسي وحسب القاعدة التالية:

نقول إن النشاط (i,j) يقع في المسار الحرج اذا تحققت الشروط الثلاثة التالية معا:

$$Esi=Lci$$

$$ESj=LCj$$

$$Esj-Esi=LCj-Lci=Dij$$

بالنتيجة يكون المسار الحرج هو المسار الاطول في الشبكة أي الزمن الذي يستغرقه كامل المسار الحرج هو اكبر زمن لانجاز تسلسل الاحداث في الشبكة كلها

Program Evaluation and Review Technique (PERT)

يعتبر نموذج PERT والذى يعرف باسم شبكة PERT من النماذج المستخدمة فى تطبيقات بحوث العمليات وادارة المشروعات.

مجالات استخدام نموذج PERT منها على سبيل المثال:

تحديد الوقت اللازم لانجاز المشروع

توزيع منتجات المنشاة على مناطق التوزيع المتعددة

اعداد نماذج لخفض التكلفة والوقت وغيرها من مجالات.....

مكونات النموذج:

1- تخطيط العمليات وترتيبها

2- تخطيط الوقت وتحديد المسار الحرج

Program Evaluation and Review Technique (PERT)

يُعتبر توزيع بيتا أنسب التوزيعات الاحتمالية الذي يمكن تطبيقه في التقديرات الزمنية، ويفترض أن إحتمال حدوث الأزمنة (المتفائل، والمتشائم) 1%،

بينما الزمن الأكثر إحتمالا **(4)** أضعاف التقديرات الأخرى، كما أن زمن إنتهاء المشروع النهائي يتبع التوزيع الطبيعي، ويعني أن المشروع سينتهي عند النقطة المحددة بإحتمال 50%

مثال : يرغب مدير شركة ما معرفة إتمام المشروع عند نقطة زمنية معينة

(مثلا :إحتمال إنتهاء المشروع بعد D أسبوع).

خطوات الحل تكون كالتالي:

Program Evaluation and Review Technique (PERT)

أولا: تحديد أنشطة المشروع

بعد حساب جميع التقديرات الزمنية للأنشطة a,m,b – **طريقة PERT** --وتحديد المسار الحرج، يتم تقدير الانحراف المعياري لجميع الأنشطة الحرجة :

$$\text{الانحراف المعياري } \sigma = \frac{\text{الزمن المتشائم} - \text{الزمن المتفائل}}{6}$$

الوقت الاكثر إحتمالا يساوي 4 أضعاف الاوقات الاخرى (المتفائل، المتشائم)، وعليه فإن مجموع جميع أوزان الاوقات تساوي 6. عند حساب الانحراف المعياري للمسار الحرج يقسم الفرق بين الوقت المتشائم والمتفائل على 6 باعتبار أن 6 متوسط المدة الزمنية للمشروع.

Program Evaluation and Review Technique (PERT)

ويقصد بالانحراف المعياري التشتت عن القيمة الزمنية المتوقعة (بالأيام، بالأسابيع، أو بالأشهر)، فإذا كانت القيمة تُساوي 0 فتعني أن التقديرات دقيقة والعكس إذا كبرت قيمة الانحراف المعياري زادت درجة عدم اليقين في تقدير الأزمنة.

ثانيا: حساب التباين للمسار الحرج

التباين $= \sigma^2$

σ^2 النشاط الحرج 1 + σ^2 للنشاط الحرج2 +. . + σ^2 للنشاط الحرج n

ثالثا : تحديد القيمة المعيارية للمسار الحرج

$$z = \frac{D - END}{\sqrt{\sigma^2}}$$

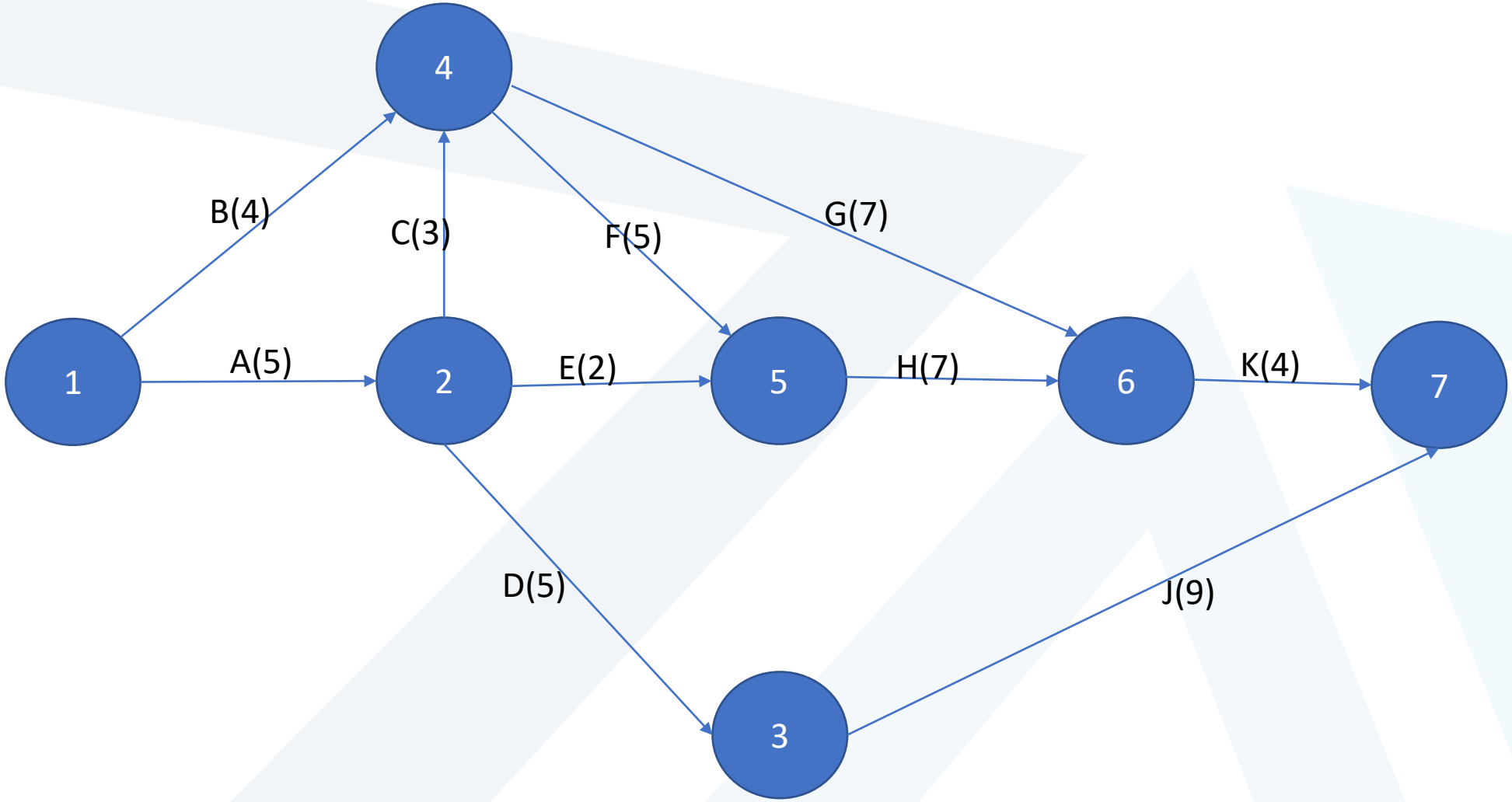
D = القيمة أو الزمن المرغوب

END = زمن إنتهاء المشروع

FIND THE CRITICAL PATH FOR THE FOLLOWING NETWORK

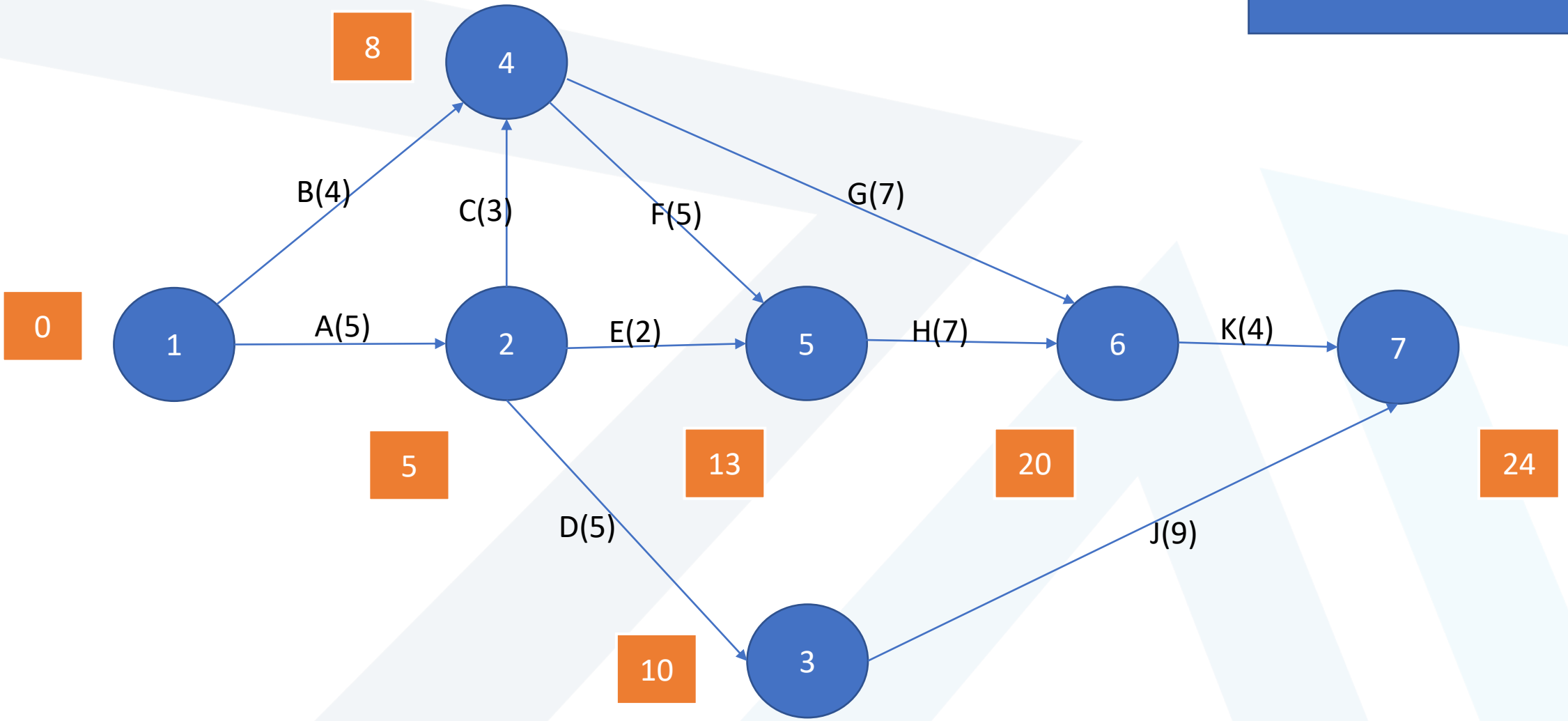
ACTIVITY	I-J	TIME
A	1-2	5
B	1-4	4
C	2-4	3
D	2-3	5
E	2-5	2
F	4-5	5
G	4-6	7
H	5-6	7
J	3-7	9
K	6-7	4

1- أولا نرسم الشبكة ثم نحدد المسار الحرج



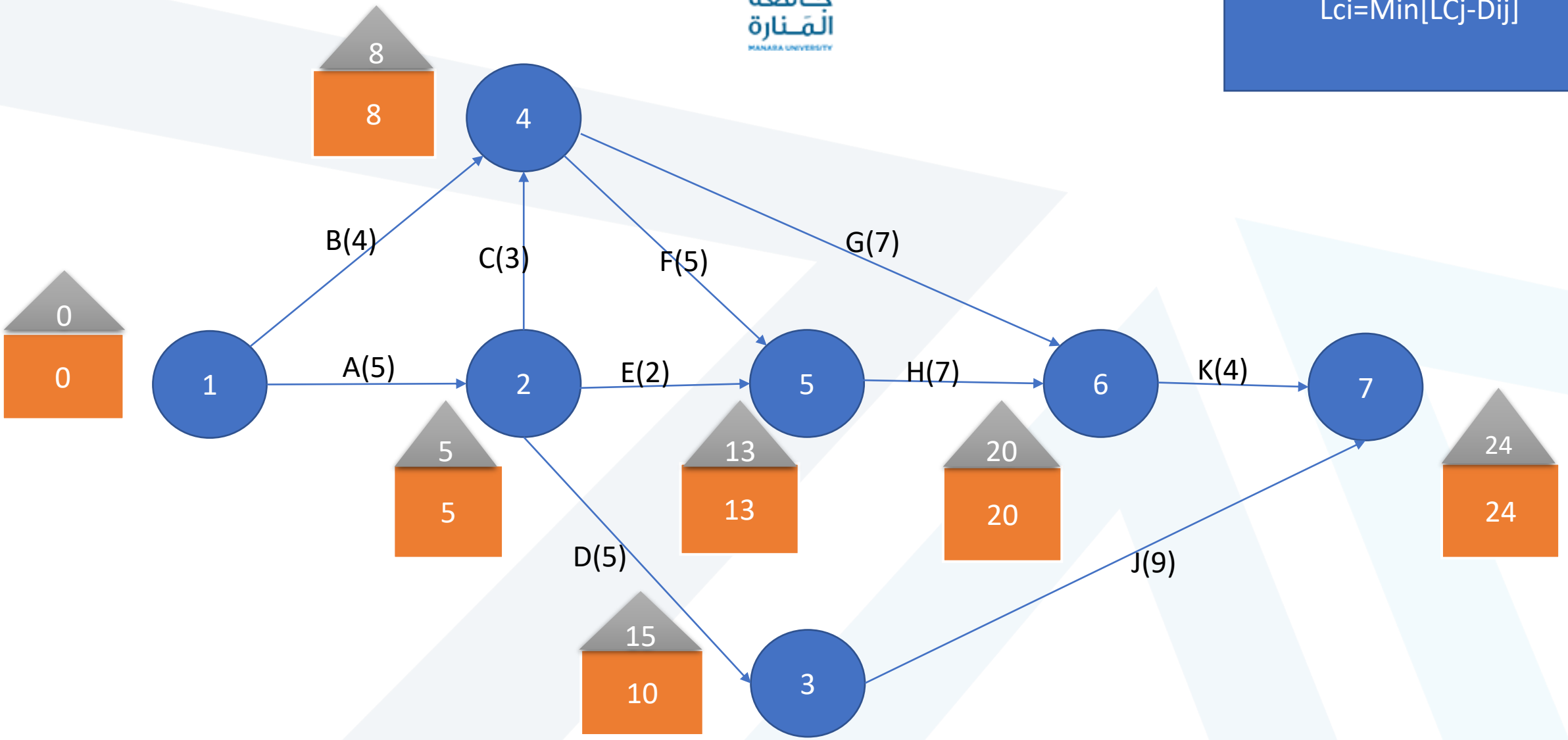
FORWARD

ES1=0
Esj=MAX[Esi+Dij]

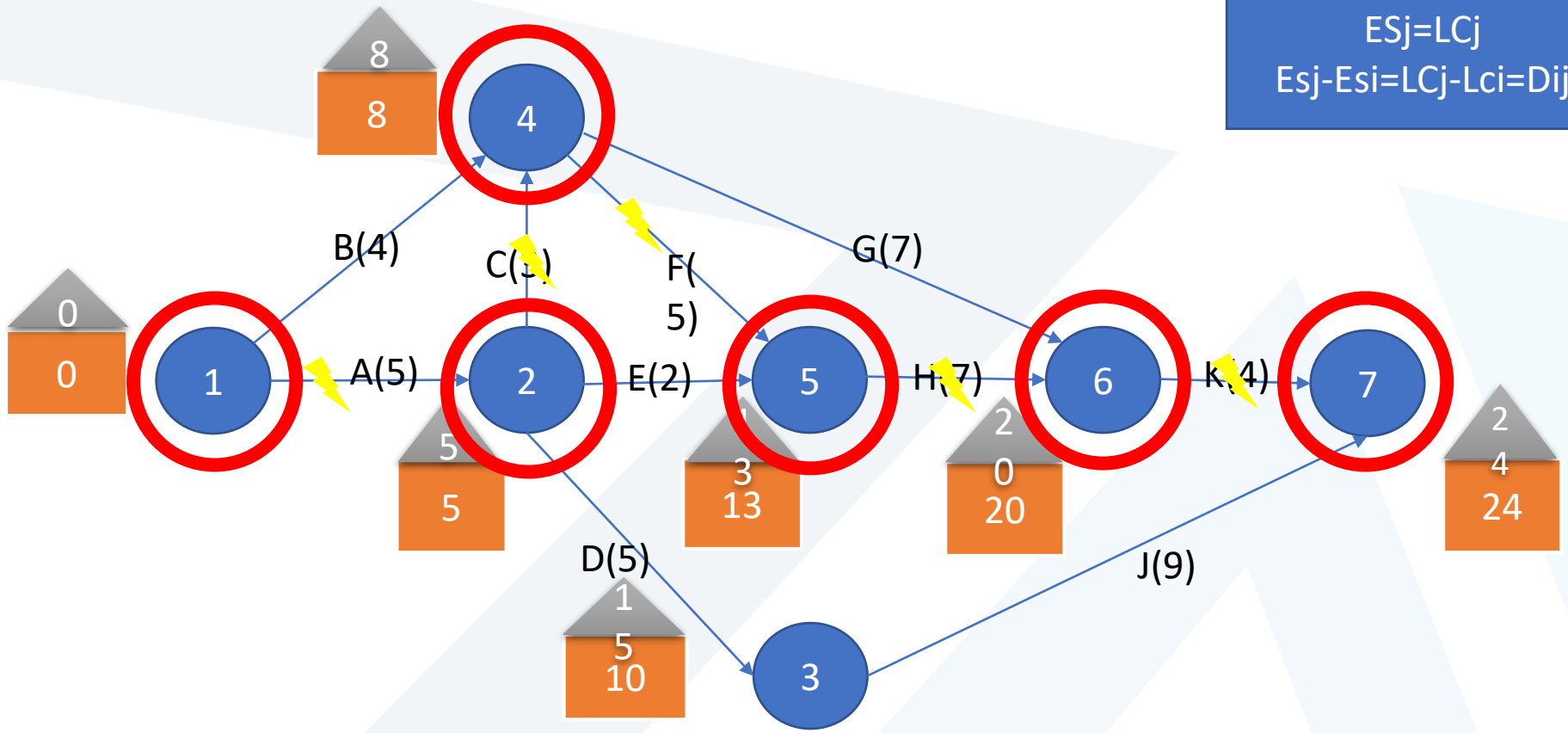


backward

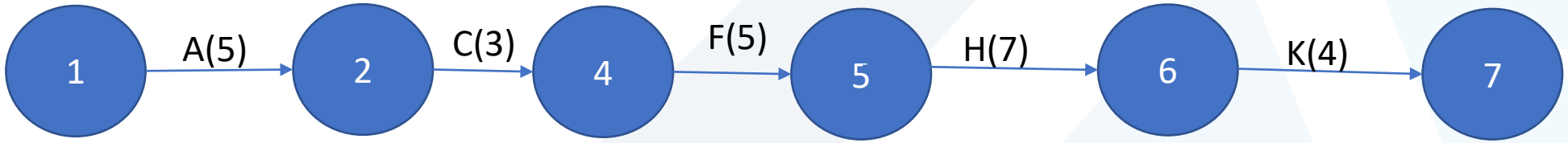
LCn=Esn
Lci=Min[LCj-Dij]



Critical path
Esi=Lci
ESj=LCj
Esj-Esi=LCj-Lci=Dij



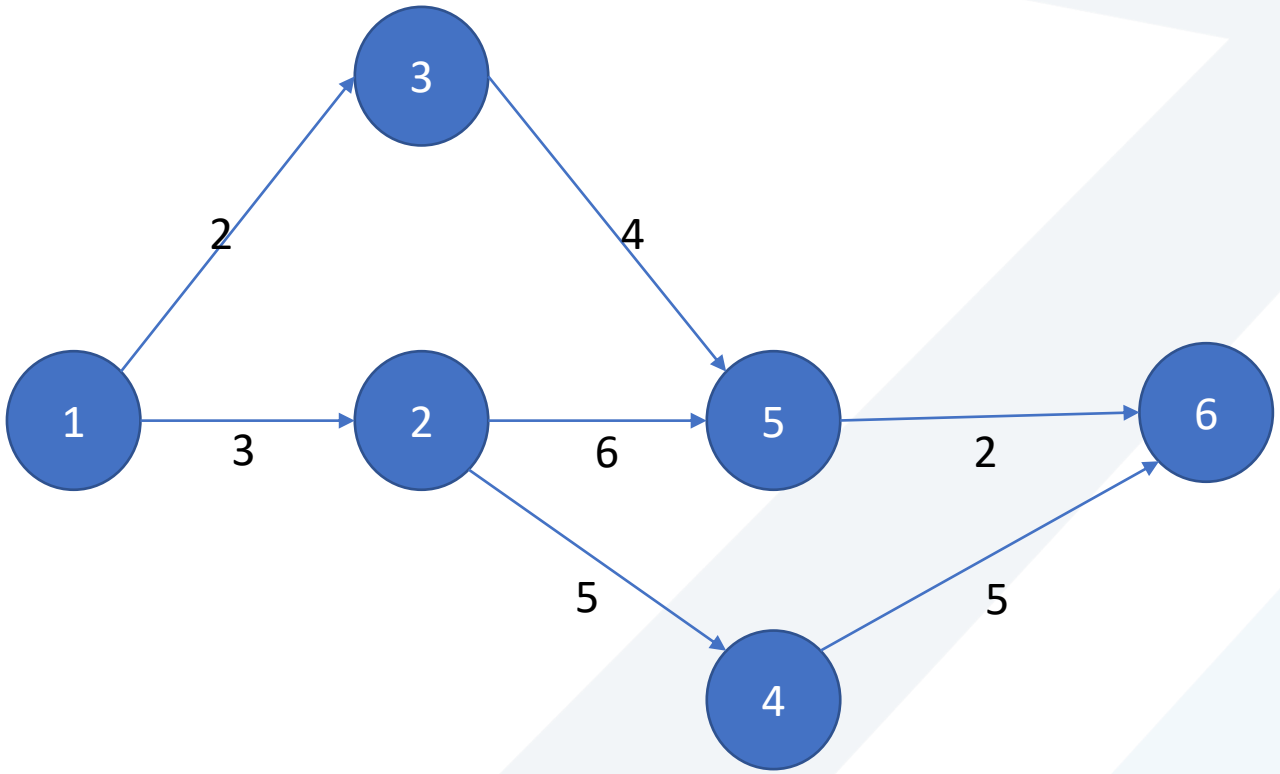
CRTICAL PATH



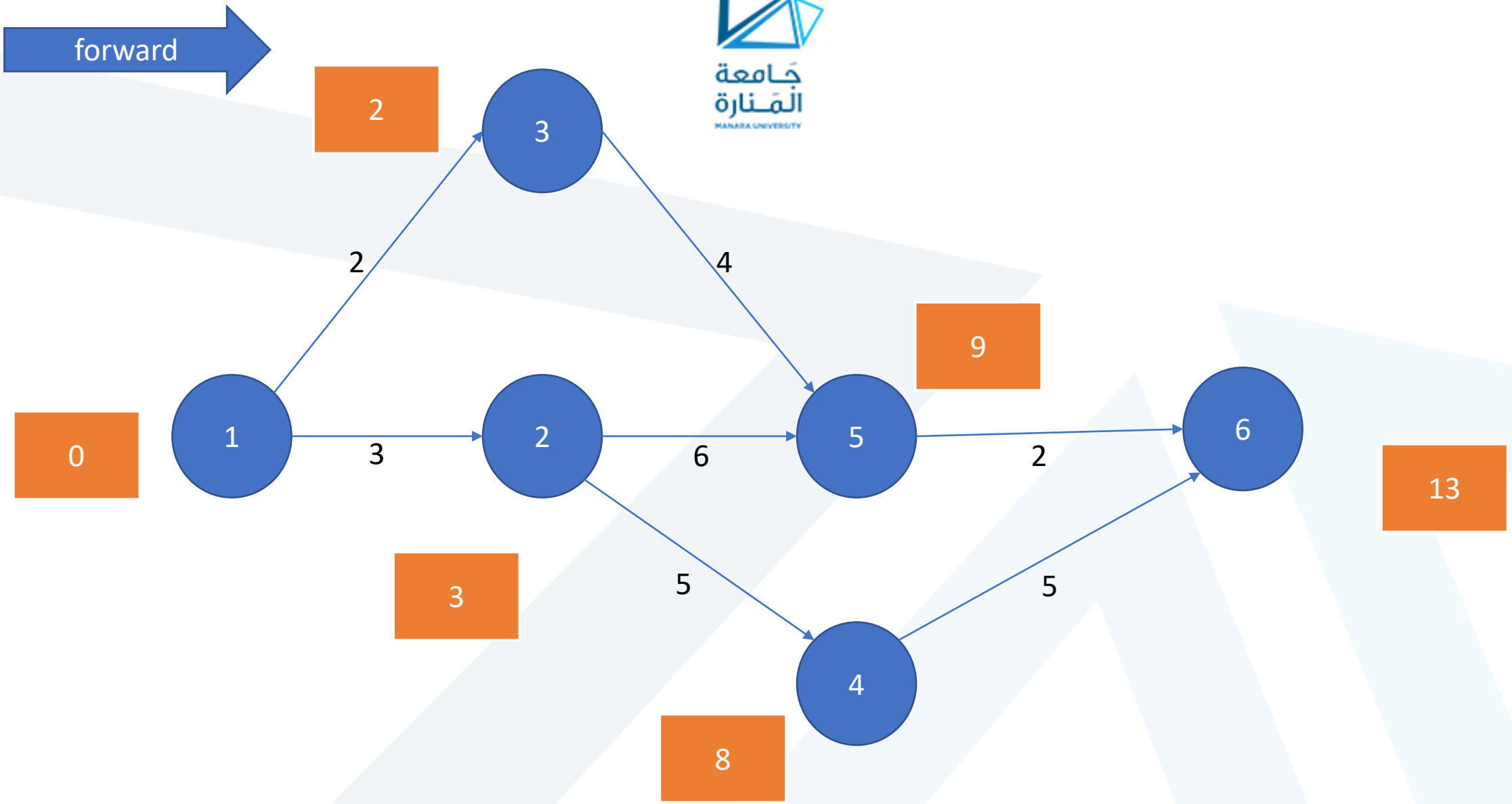
CRITICAL TIME
TC=5+3+5+7+4=24

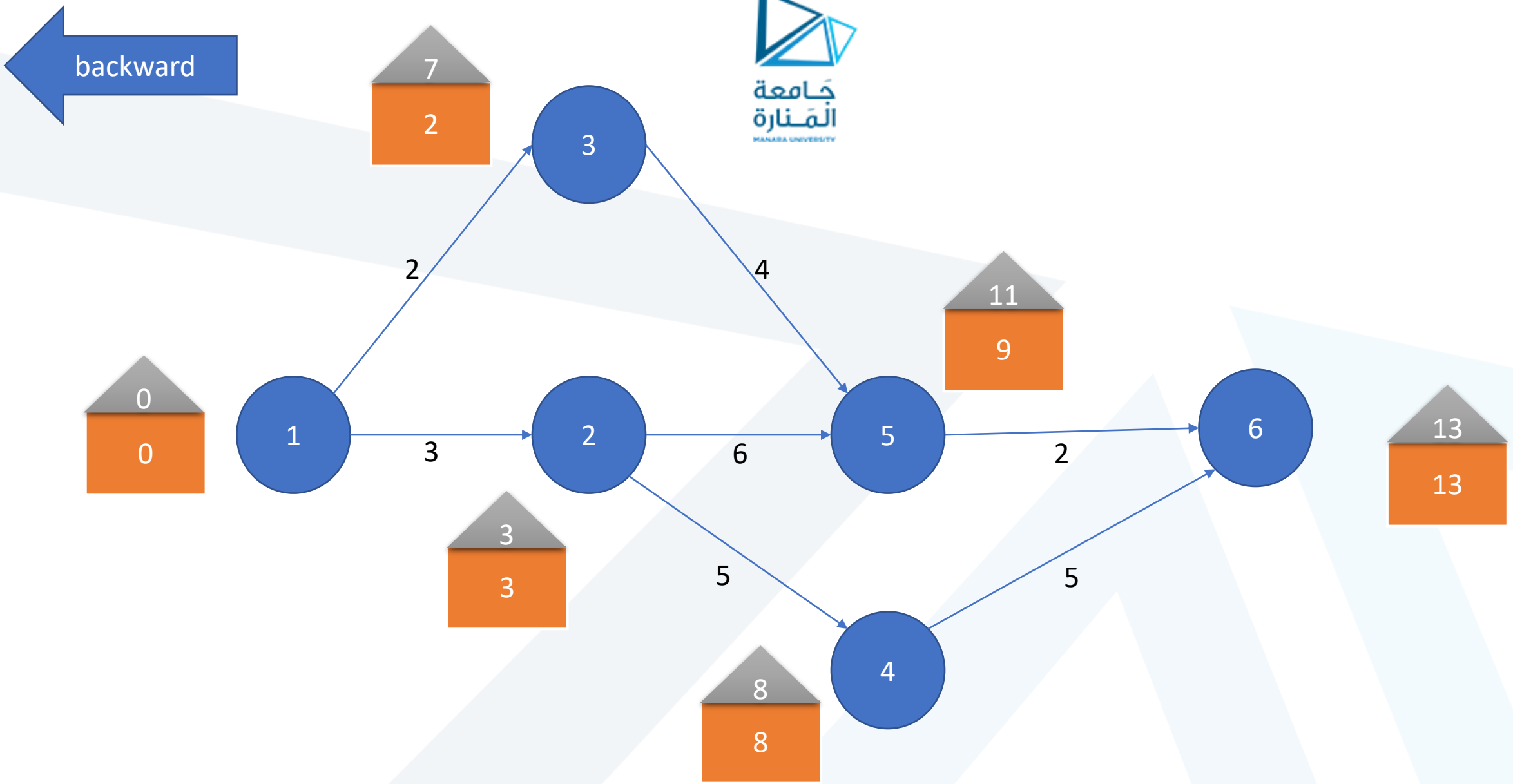
PERT

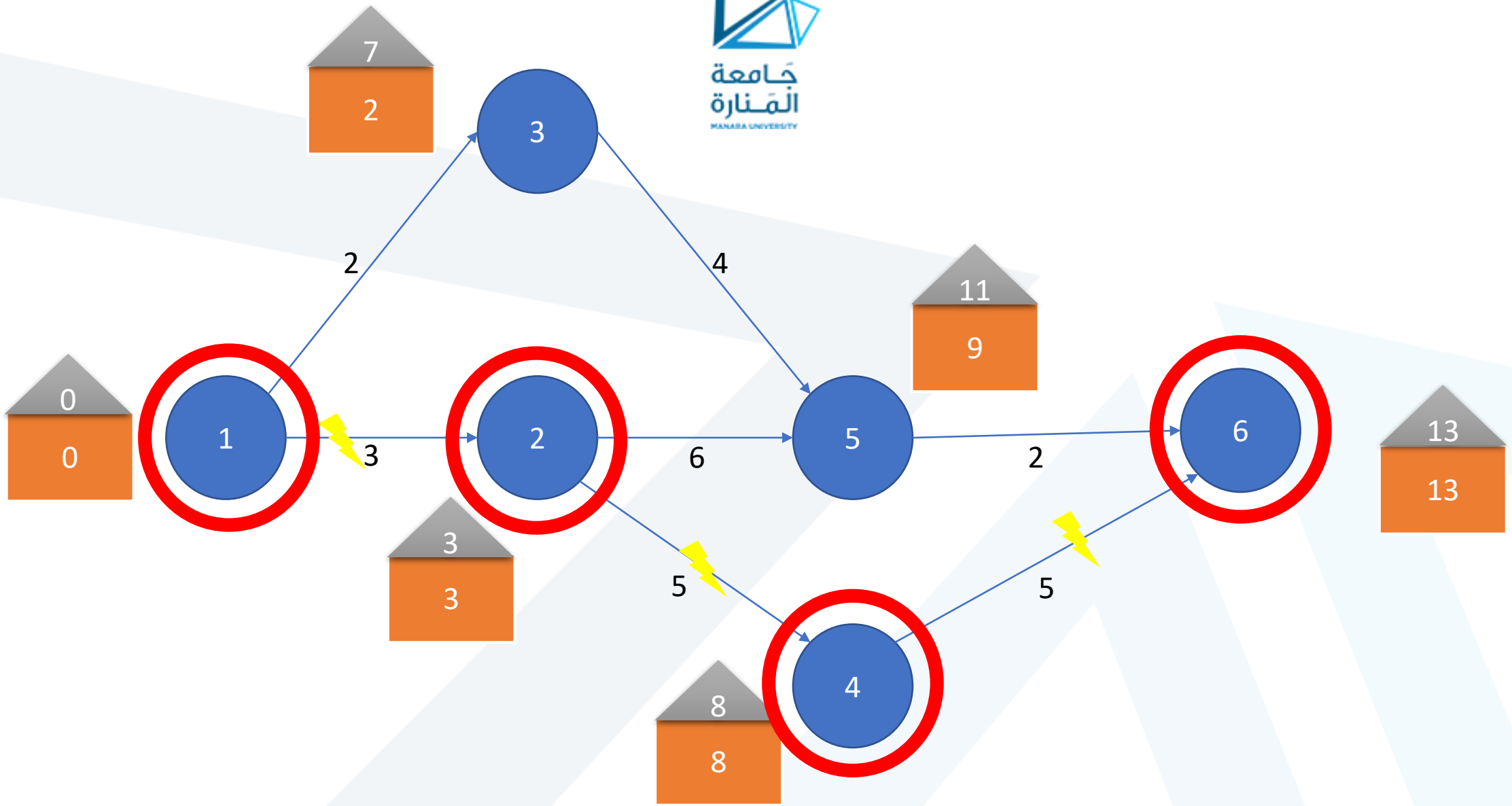
FIND THEPRBABILITY TO FINISH THE PROJECT WITH T=17 DAY



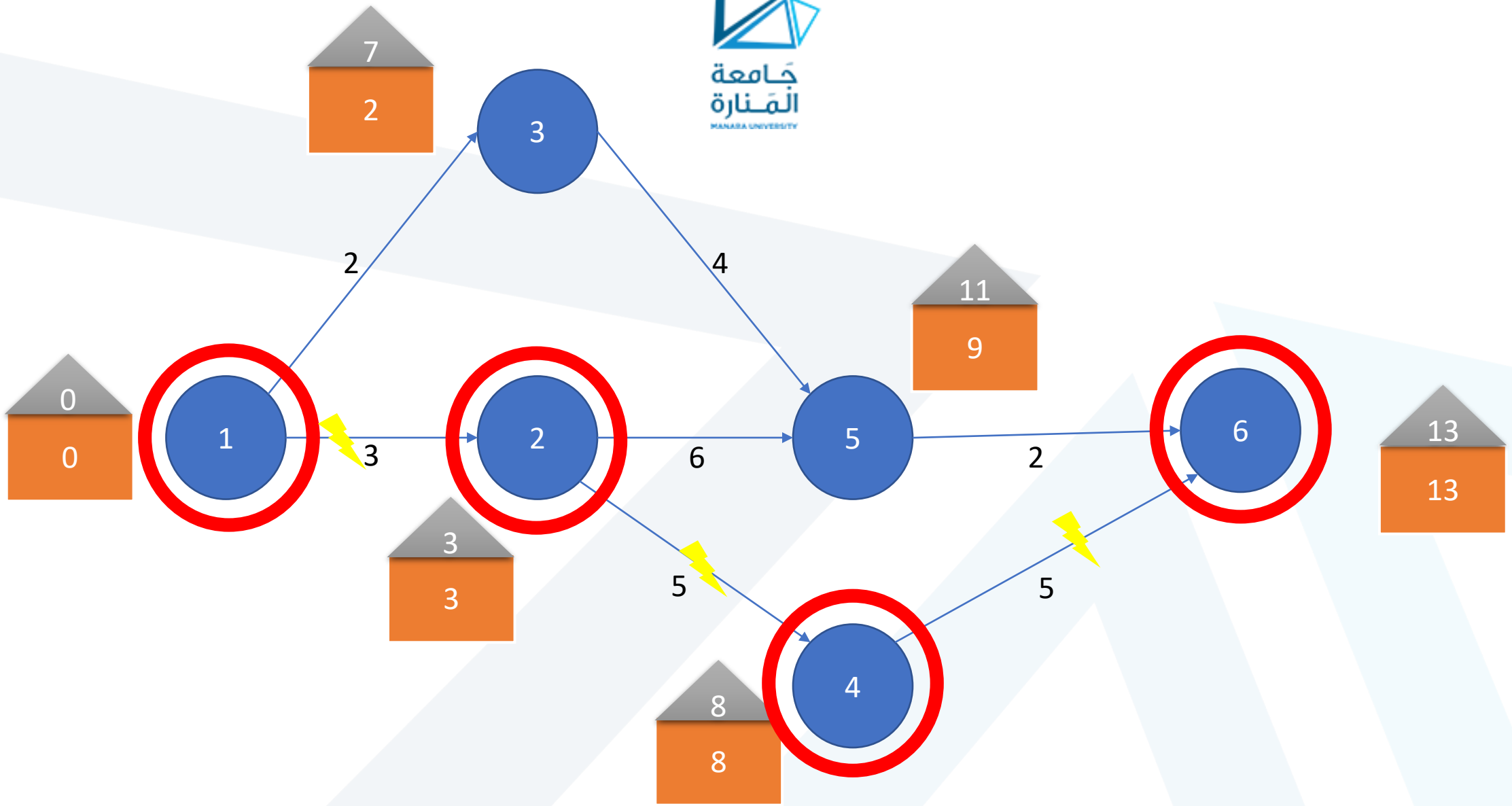
	ACTIVITY	TIME			D=(a+4m+b)/6	V=((b-a)/6)^2
		To (a)	Tm (m)	Tp (b)		
1	1-2	1	3	5		
2	1-3	1	2	3		
3	3-5	1	3	11		
4	2-4	2	5	8		
5	2_5	4	5	12		
6	4_6	3	4	11		
7	5_6	1	2	3		


forward
2
3
2
4
9
0
1
3
2
6
5
2
6
13
3
5
5
4
8


backward
7
2
3
2
4
11
9
0
0
1
3
2
6
5
2
6
13
13
3
3
5
5
4
8
8


7
2
3
2
4
11
9
0
0
1
3
2
6
5
2
6
13
13
3
3
5
5
4
8
8

	ACTIVITY	TIME			D=(a+4m+b)/6	V=((b-a)/6)^2
		To (a)	Tm (m)	Tp (b)		
1	1-2	1	3	5	3	
2	1-3	1	2	3	2	
3	3-5	1	3	11	4	
4	2-4	2	5	8	5	
5	2_5	4	5	12	6	
6	4_6	3	4	11	5	
7	5_6	1	2	3	2	


7
2
3
2
4
11
9
0
0
1
3
2
6
5
2
6
13
13
3
3
5
5
4
8
8

	ACTIVITY	TIME			D=(a+4m+b)/6	V=((b-a)/6)^2
		To (a)	Tm (m)	Tp (b)		
1	1-2	1	3	5	3	
2	1-3	1	2	3	2	
3	3-5	1	3	11	4	
4	2-4	2	5	8	5	
5	2_5	4	5	12	6	
6	4_6	3	4	11	5	
7	5_6	1	2	3	2	

	ACTIVITY	TIME			D=(a+4m+b)/6	V=((b-a)/6)^2
		To (a)	Tm (m)	Tp (b)		
1	1-2	1	3	5	3	16/36
2	1-3	1	2	3	2	
3	3-5	1	3	11	4	
4	2-4	2	5	8	5	36/36=1
5	2_5	4	5	12	6	
6	4_6	3	4	11	5	64/36
7	5_6	1	2	3	2	

	ACTIVITY	TIME			D=(a+4m+b)/6	V=((b-a)/6)^2
		To (a)	Tm (m)	Tp (b)		
1	1-2	1	3	5	3	16/36
2	1-3	1	2	3	2	
3	3-5	1	3	11	4	
4	2-4	2	5	8	5	36/36=1
5	2_5	4	5	12	6	
6	4_6	3	4	11	5	64/36
7	5_6	1	2	3	2	

V=16+36+64/36

V=116/36

$$\sigma=sqrt(v)=sqrt(116/36)=sqrt(3.2)$$
$$Z=(ts-tc)/\sigma=(17-13)/sqrt(3.2)$$
$$Z=4/1.7=2.35$$

احتمالية الانتهاء خلال 17يوم

جَامعة
المَنارة
MANARA UNIVERSITY

Thank you