جامعة المنارة

قسم هندسة الميكاترونكس

الدارات الكهربائية 2

Electrical Circuits 2

الدكتور المهندس

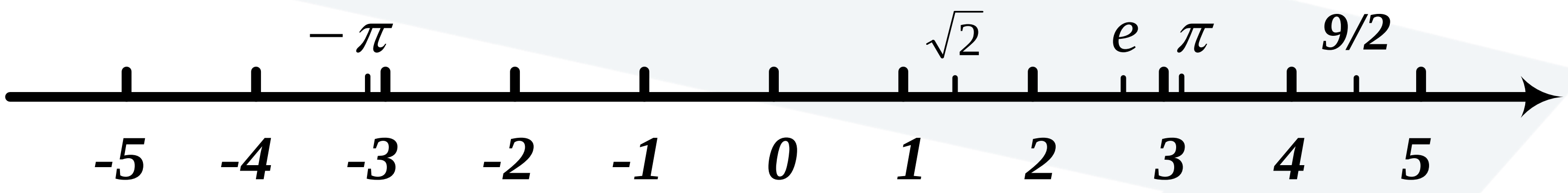
علاء الدين أحمد حسام الدين

3

التمثيل العقدي لبارامترات دارات التيار المتناوب

الأعداد المركبة والتمثيل العقدي:

1. الأعداد الحقيقية Real Numbers:

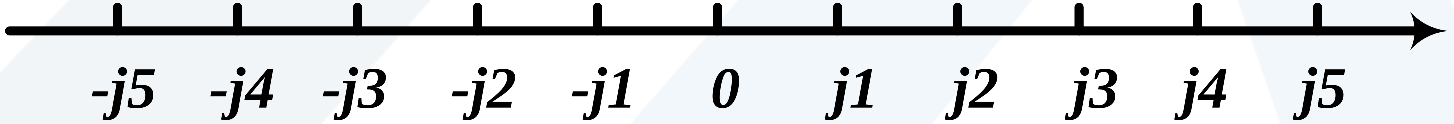


2. الأعداد التخيّلية Imaginary Numbers: يسمّى الجذر التربيعي لعدد حقيقي سالب عدداً تخيّلياً نقياً، مثل:

$$\sqrt{-12}, \sqrt{-7}, \sqrt{-2}, \sqrt{-1}$$

فإذا فرضنا أن $j = \sqrt{-1}$ فإن: $\sqrt{-2} = j\sqrt{2}, \sqrt{-5} = j\sqrt{5}, \ldots$

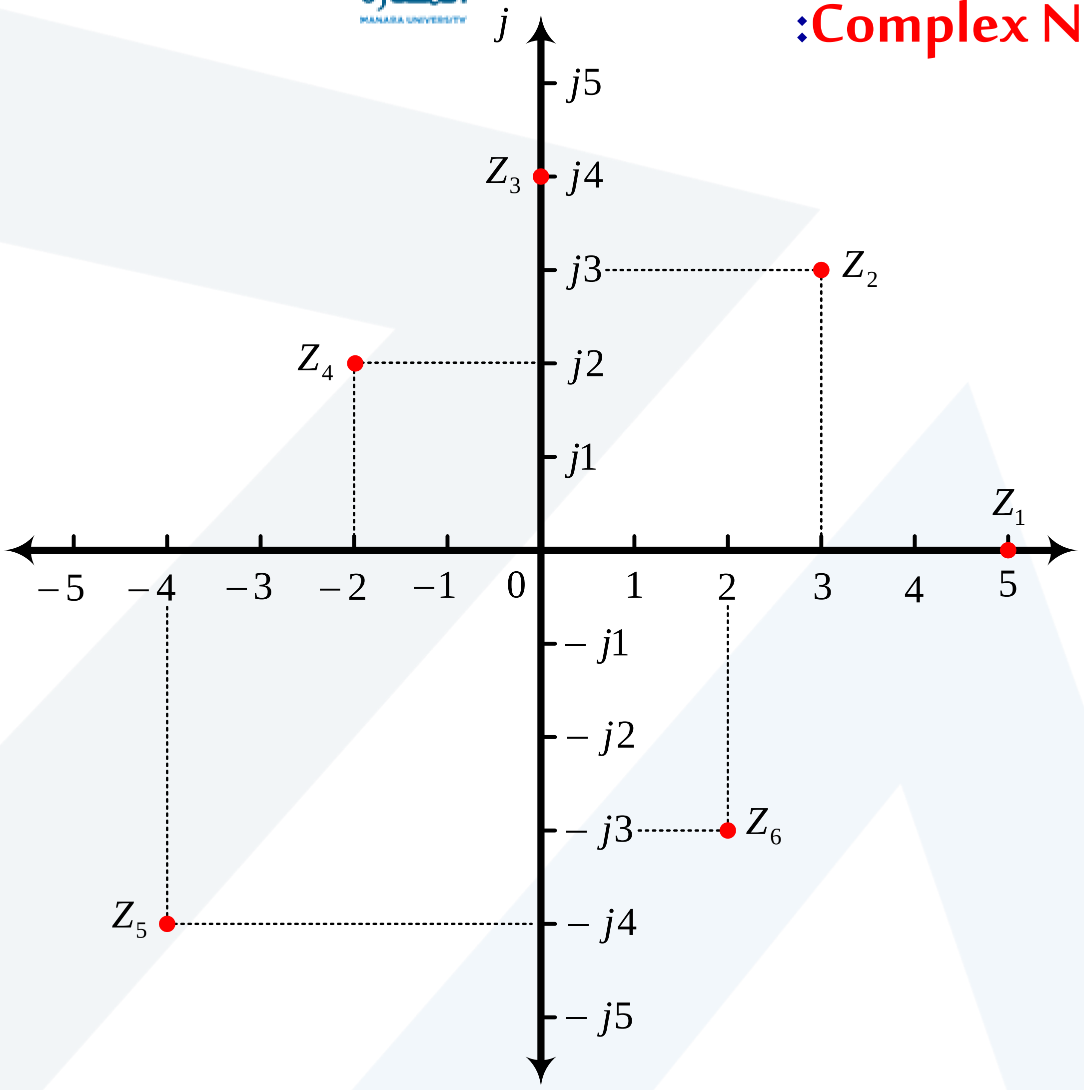
ويكون: $j^2 = -1, j^3 = j^2 \times j = -1j, \ldots.$

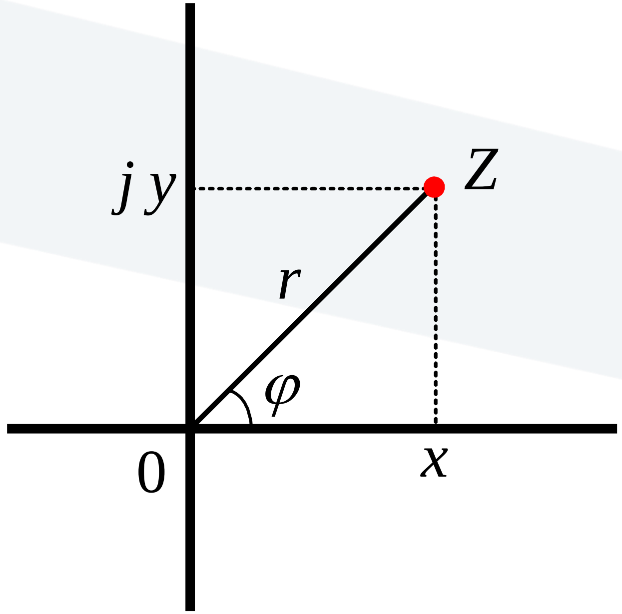


3. الأعداد المركبة Complex Numbers:

الشكل الديكارتي
لتمثيل العدد المركّب

$$Z_1 = 5$$
$$Z_2 = 3 + j3$$
$$Z_3 = j4$$
$$Z_4 = -2 + j2$$
$$Z_5 = -4 - j4$$
$$Z_6 = 2 - j3$$





4. أشكال أخرى لتمثيل الأعداد المركبة:

أ- صيغة حساب المثلثات:

$$Z = x + jy = r \cdot Cos\varphi + jr \cdot Sin\varphi = r \cdot (Cos\varphi + jSin\varphi)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$tg\varphi = \frac{y}{x} \Rightarrow \varphi = arctg(\frac{y}{x})$$

ب- الصيغة الأسّيّة:

$$e^{j\varphi} = Cos\varphi + jSin\varphi$$

$$Z = r \cdot (Cos\varphi + jSin\varphi) = r \cdot e^{j\varphi}$$

ج- الصيغة القطبية:

$$Z = r \cdot \angle\varphi$$

حيث يُعبّر عن الزاوية φ عادةً بالدرجات.

جَامعة المَنارة
MANARA UNIVERSITY

5. مرافق العدد المركّب:

مرافق $Z = x + jy$ هو $Z^* = x - jy$

مرافق $Z = r \cdot e^{j\phi}$ هو $Z^* = r \cdot e^{-j\phi}$

مرافق $Z = r \cdot \angle\phi$ هو $Z^* = r \cdot \angle - \phi$

مرافق $Z = r \cdot (\text{Cos}\phi + j\text{Sin}\phi)$ هو $Z^* = r \cdot (\text{Cos}\phi - j\text{Sin}\phi)$

6. مجموع وفرق الأعداد المركّبة:

$$Z_1 = 5 - j2, Z_2 = -3 - j8$$

$$Z_1 + Z_2 = 5 - j2 - 3 - j8 = (5 - 3) + j(-2 - 8)$$

$$= 2 - j10$$

7. ضرب الأعداد المركّبة:

$$Z_1 = r_1 \cdot e^{j\varphi_1}, Z_2 = r_2 \cdot e^{j\varphi_2}$$

$$Z_1 \cdot Z_2 = (r_1 \cdot e^{j\varphi_1}) \times (r_2 \cdot e^{j\varphi_2}) = r_1 \cdot r_2 \cdot e^{j(\varphi_1+\varphi_2)}$$

$$Z_1 = r_1\angle\varphi_1, Z_2 = r_2\angle\,\varphi_2$$

$$Z_1 \cdot Z_2 = (r_1\angle\varphi_1) \times (r_2\angle\varphi_2) = r_1 \cdot r_2\angle(\varphi_1 + \varphi_2)$$

$$Z_1 = x_1 + jy_1, Z_2 = x_2 + jy_2$$

$$Z_1 \cdot Z_2 = (x_1 + jy_1) \times (x_2 + jy_2) = x_1x_2 + jx_1y_2 + jx_2y_1 + j^2y_1y_2$$

$$Z_1 \cdot Z_2 = (x_1x_2 - y_1y_2) + j(x_1y_2 + x_2y_1)$$

8. قسمة الأعداد المركّبة:

$$Z_1 = r_1 \cdot e^{j\varphi_1} \quad , Z_2 = r_2 \cdot e^{j\varphi_2}$$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{r_1 \cdot e^{j\varphi_1}}{r_2 \cdot e^{j\varphi_2}} = \frac{r_1}{r_2} \cdot e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$Z_1 = r_1 \angle \varphi_1 \quad , Z_2 = r_2 \angle \varphi_2$$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{r_1 \angle \varphi_1}{r_2 \angle \varphi_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle (\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$Z_1 = x_1 + jy_1, Z_2 = x_2 + jy_2$$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{x_1 + jy_1}{x_2 + jy_2} \cdot \frac{x_2 - jy_2}{x_2 - jy_2} = \frac{(x_1 x_2 + y_1 y_2) + j(x_2 y_1 - x_1 y_2)}{x_2^2 + y_2^2}$$

تُعد الصيغتان القطبية والأسّيّة أفضل صيغ لإجراء عمليتي الضرب القسمة، أما الصيغة الديكارتية فهي الأفضل لإجراء عمليتي الجمع والطرح.

الشكل العقدي للممانعة المكافئة:

$$\overline{Z} = R + jX_L$$

$$\overline{Z} = R - jX_C$$

$$\overline{Y} = \frac{1}{\overline{Z}} = \frac{1}{R + jX}$$

$$\overline{Y} = G + jB_C, \overline{Y} = G - jB_L$$

$$\overline{Y} = g + jb_C, \overline{Y} = g - jb_L$$

بداية نضغط على MODE ونختار COMPLX

لتحويل 6 + j4 إلى قيمة وزاوية:

تظهر القيمة: 6 | + | 4 | ENG | Shift | + | =

تظهر الزاوية: Shift | =

لتحويل 5∠30 إلى قيمة حقيقية وتخيلية:

تظهر القيمة الحقيقية: 5 | Shift | - (∠) | 3 | 0 | =

تظهر القيمة التخيلية: Shift | =