

Information System Security

أمن نظم المعلومات

مدرسة المقرر

د. بشرى علي معلا

الأربعاء 31/5/2023



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

عناوين المحاضرة السادسة

➤ خوارزمية RSA (Rivest Shamir et Adleman)

- ✓ الأسس الرياضية لخوارزمية RSA
- ✓ آلية عمل الخوارزمية
- ✓ أمن الخوارزمية
- ✓ استخداماتها الحالية

➤ خوارزمية ديفي هيلمان لتوزيع المفاتيح DH (Diffie-Hellman)

- ✓ أهمية الخوارزمية
- ✓ آلية عمل الخوارزمية
- ✓ أمن الخوارزمية

مقدمة عن خوارزمية RSA

❖ هي عبارة عن خوارزمية تشفير غير متناظر، وضعت من قبل Ronald L. Rivest, Adi Shamir and Leonard M. Adleman في عام 1977, و هي تعتمد على عدة أسس رياضية في نظرية الأعداد.

❖ هي عبارة عن نظام تسمية كتلي

❖ دخله وخرجه عبارة عن أرقام صحيحة تتراوح قيمتها بين $0 - (n-1)$ من أجل قيمة n ، الحجم النموذجي لـ n هي 1024 خانة ثنائية

❖ تعتمد هذه الخوارزمية على صعوبة تحليل الأعداد الكبيرة إلى عواملها الأولية. هذه الأرقام الكبيرة هي عبارة عن ناتج من ضرب عددين أوليين كبيرين.



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

أسس رياضية لخوارزمية RSA

❖ الأعداد الأولية فيما بينها:

✓ نقول عن عددين أنهما عددين أوليين فيما بينهما إذا كان القاسم المشترك الأكبر لهما هو الواحد

مثال: العددين 10, 21 هما عددين أوليين فيما بينهما لأن 10 يقبل القسمة على 1, 2, 5, 10 و العدد 21 يقبل القسمة على 1, 3, 7, 21 أي لا يوجد بينها معامل مشترك سوى الواحد.

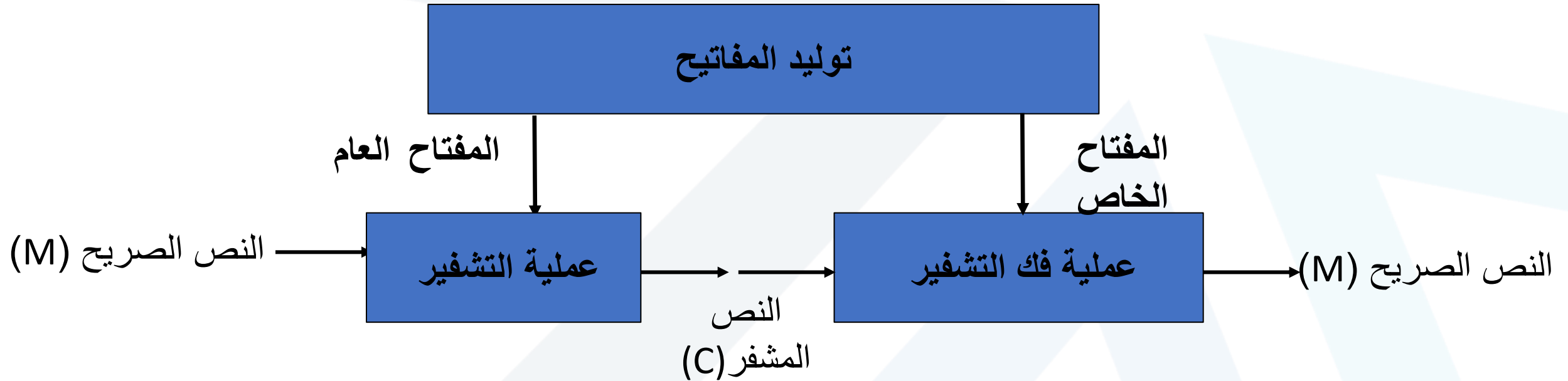
❖ التابع $\phi(n)$:

✓ يعرف التابع $\phi(n)$ على أنه عدد الأعداد الأقل من n والتي تكون أولية مع (n)

مثال: $\phi(6) = 2$ لأن الأعداد الأقل من 6 هي 1, 2, 3, 4, 5 لكن نلاحظ أن 1, 5 هما فقط العددين الأوليين مع العدد 6 بينما 2, 4 يشتركان مع العدد 6 بالمعامل 2 و العدد 3 يشترك مع 6 بالمعامل 3

❖ من أجل أي عدد أولي n يكون: $\phi(n) = n - 1$ مثال: $\phi(7) = 6$

المخطط الصندوقي لخوارزمية RSA



توليد المفاتيح (Key Generation) (المفتاح العام والمفتاح الخاص)

1. نختار عددين أوليين كبيرين (p, q) و بحيث $p \neq q$

2. نحسب: $n = p \times q$

3. نحسب: $\phi(n) = (p-1) \times (q-1)$

4. نختار عدد صحيح (e) بحيث يكون: $1 < e < \phi(n)$; $\gcd(\phi(n), e) = 1$;

5. نحسب (d) : $d \times e \equiv 1 \pmod{\phi(n)} \rightarrow d \equiv e^{-1} \pmod{\phi(n)}$

فيكون المفتاح العام:

$$K_{pub} = \{e, n\}$$

فيكون المفتاح الخاص: $K_{pri} = \{d, n\}$

عملية التشفير (Encryption)

يستخدم المفتاح العام للمستقبل



$$K_{pub} = \{e, n\}$$

النص الصريح: $M < n$

$$C = M^e \bmod(n) \quad \text{النص المشفر:}$$

عملية فك التشفير (Decryption)

يستخدم المفتاح الخاص للمستقبل



$$K_{pri} = \{d, n\}$$

النص المشفر: C

$$M = C^d \bmod(n) \quad \text{النص الصريح:}$$



أمن الخوارزمية RSA (1/2)

❖ توجد عدة هجمات نذكر منها:

➤ الهجوم الأعمى (Brute force):

يتضمن تجريب جميع المفاتيح الممكنة، الحل يكون باستخدام مفاتيح طويلة (قيم e,d)

➤ الهجوم الرياضي (Mathematical Attack):

عادة يتبع الهجوم الرياضي ما يلي: (المفتاح العام معروف من قبل المهاجم)

1. تحليل n إلى عددين أوليين (p , q) بحيث $n=p*q$

2. حساب تابع أولر $\phi(n) = (p-1) \times (q-1)$

3. إيجاد المفتاح الخاص بمعرفة e $d \equiv e^{-1} \pmod{\phi(n)}$

يمكن مقاومة هذا الهجوم عن طريق تكبير قيمة n كثيراً ليصعب تحليلها إلى العوامل الأولية.



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

مثال

اختار رقمين أوليين كبيرين p, q عشوائيين و مختلفين عن بعضهما .

لدينا هنا مثال عن أعداد أولية ولدت باستخدام اختبار Rabin-Miller primality tests

p

121310724392112718973236715316124404284724276337014109256345493123019643730420
85619324197365322416866541017057361365214171711713797974299334871062829803541

q

120275242554787488859562207937345121287333878036820754336538999839551798509887
97899869146900809131611153346817050832096022160146366346391812470987105415233

باستخدام هذين الرقمين نحسب $\phi(n)$ و n

n

1459067680075833232301869393490706352924018723753571643995818710198734387990053589383695714026
7014980212181808629246742282815702292207674690654340122488967247240792696998710058129010319931
7858753663710862357656510507883714297115637342788911463535102712032765166518411726859837988672
111837205085526346618740053

$\phi(n)$

1459067680075833232301869393490706352924018723753571643995818710198734387990053589383695714026
7014980212181808629246742282815702292207674690654340122488964831381123227996631730139777785236
5301547848273478871297222058587457152891606459269718119268971163555070802643999529549644116811
947516513938184296683521280



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

أمن الخوارزمية RSA (2/2)

تاريخ الكسر	العدد التقريبي للبتات الثنائية
1991	332
1992	365
1993	398
1994	428
1999	465
1999	512
2005	664

➤ أمثلة عن كسر الخوارزمية بالهجوم الرياضي :

➤ يعد المفتاح ذو الطول الذي يتراوح [2048-4096] بت آمن .

الاستخدامات الحالية لخوارزمية RSA

- ❖ تستخدم في WEB Browsers عند Microsoft, Netscape
- ❖ تستخدم في عدة منتجات برمجية تجارية وفي أنظمة التشغيل مثل Microsoft, Apple, sun, Novell
- ❖ تستخدم أيضاً في العتاد الصلب كالهواتف الآمنة وبطاقات شبكات الايثرنت, وعلى البطاقات الذكية.
- ❖ كما تستخدم في أغلب بروتوكولات الاتصالات الآمنة عبر الإنترنت مثل S/MIME و SSL,

أهمية خوارزمية ديفي هيلمان (Diffie-Hellman) DH

تبادل المفتاح السري (المتناظر) بين طرفين (أليس و بوب) يكون باتتباع الخطوات الآتية :

1. يولد بوب المفتاح المتناظر K_s
2. يشفر بوب المفتاح المتناظر K_s باستخدام المفتاح العام لأليس
3. تفك أليس التشفير باستخدام المفتاح الخاص لها، و تحصل على المفتاح المتناظر K_s
4. يشفر كل من بوب و أليس المعلومات باستخدام المفتاح المتناظر و أية خوارزمية تشفير متناظر (DES, 3DES...)

المشكلة هنا: ماذا لو أن أحد الطرفين لا يملك مفتاحاً عاماً

الحل: استخدام خوارزمية ديفي هيلمان لتبادل المفاتيح لأنها تسمح بتوليد مفتاح سري بين طرفين دون وجود مسبق لمفتاح عام



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

الفكرة العامة لخوارزمية ديفي هيلمان

تعتمد على أن الطرفين يتبادلان معلومات ، هذه المعلومات تسمح بتوليد مفتاح متناظر بشكل آمن ، يستخدم لتشفير المعلومات المتبادل بينهما



آلية عمل خوارزمية ديفي هيلمان لتبادل المفاتيح (1/3)

1. يتفق الطرفان (أليس وبوب) على معلومات عامة معروفة لكليهما (Common Global Information) هي:

P : عدد أولي كبير (1024 bits على الأقل) g : مولد وهو جذر أولي لـ P حيث $P > g$

2. يختار بوب عدداً عشوائياً X_B (خاص) بحيث : $X_B \in [1, P-1]$

$$Y_B = g^{X_B} \bmod P$$

3. يولد بوب باستخدام قيمة X_B قيمة عامة Y_B وفق العلاقة :

4. يرسل بوب القيمة العامة Y_B إلى أليس

5. تختار أليس عدداً عشوائياً X_A (خاص) بحيث : $X_A \in [1, P-1]$

6. تولد أليس باستخدام قيمة X_A قيمة عامة Y_A وفق العلاقة : $Y_A = g^{X_A} \bmod P$

7. ترسل أليس القيمة العامة Y_A إلى بوب

آلية عمل خوارزمية ديفي هيلمان لتبادل المفاتيح (2/3)

$$K = YA^{XB} \bmod P$$

8. يولد بوب المفتاح السري (المتناظر) وفق العلاقة:

$$K = YB^{XA} \bmod P$$

9. تولد أليس المفتاح السري (المتناظر) وفق العلاقة:



جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

آلية عمل خوارزمية ديفي هيلمان لتبادل المفاتيح (3/3)

أليس

بوب

الاتفاق على قيم P و g

تختار عدداً عشوائياً X_A

يختار عدداً عشوائياً X_B

تولد قيمة عامة Y_A وفق العلاقة:

$$Y_A = g^{X_A} \bmod P$$

ترسل Y_A

يولد قيمة عامة Y_B وفق العلاقة:

$$Y_B = g^{X_B} \bmod P$$

يرسل Y_B

تولد المفتاح السري (المتناظر) وفق العلاقة:

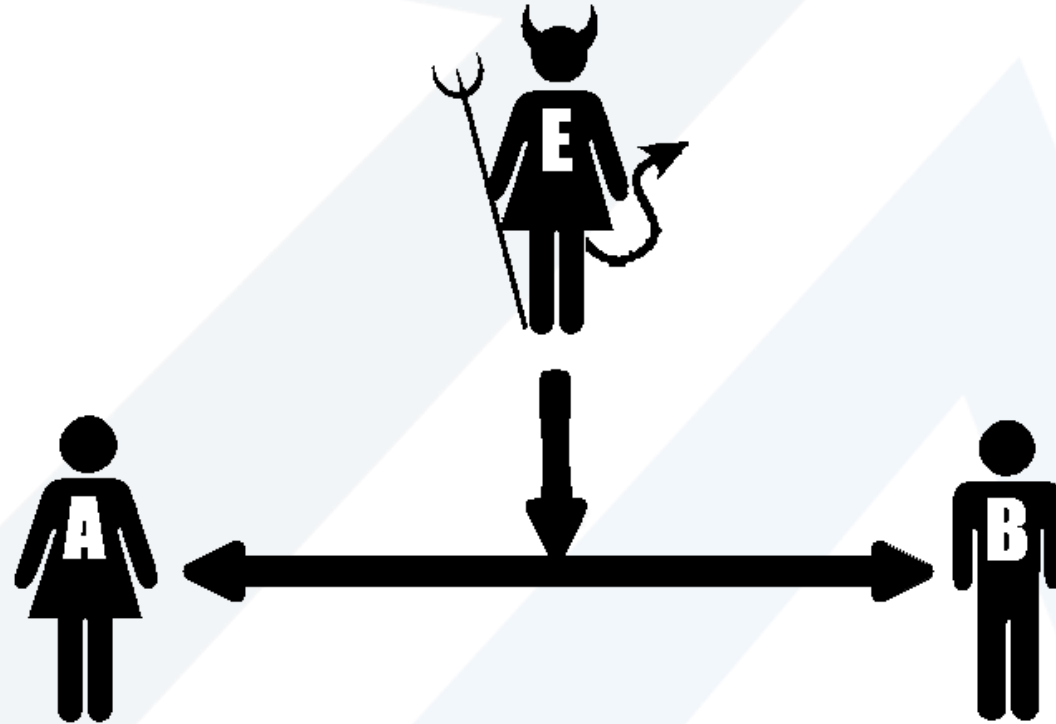
$$K = Y_B^{X_A} \bmod P$$

يولد المفتاح السري (المتناظر) وفق العلاقة:

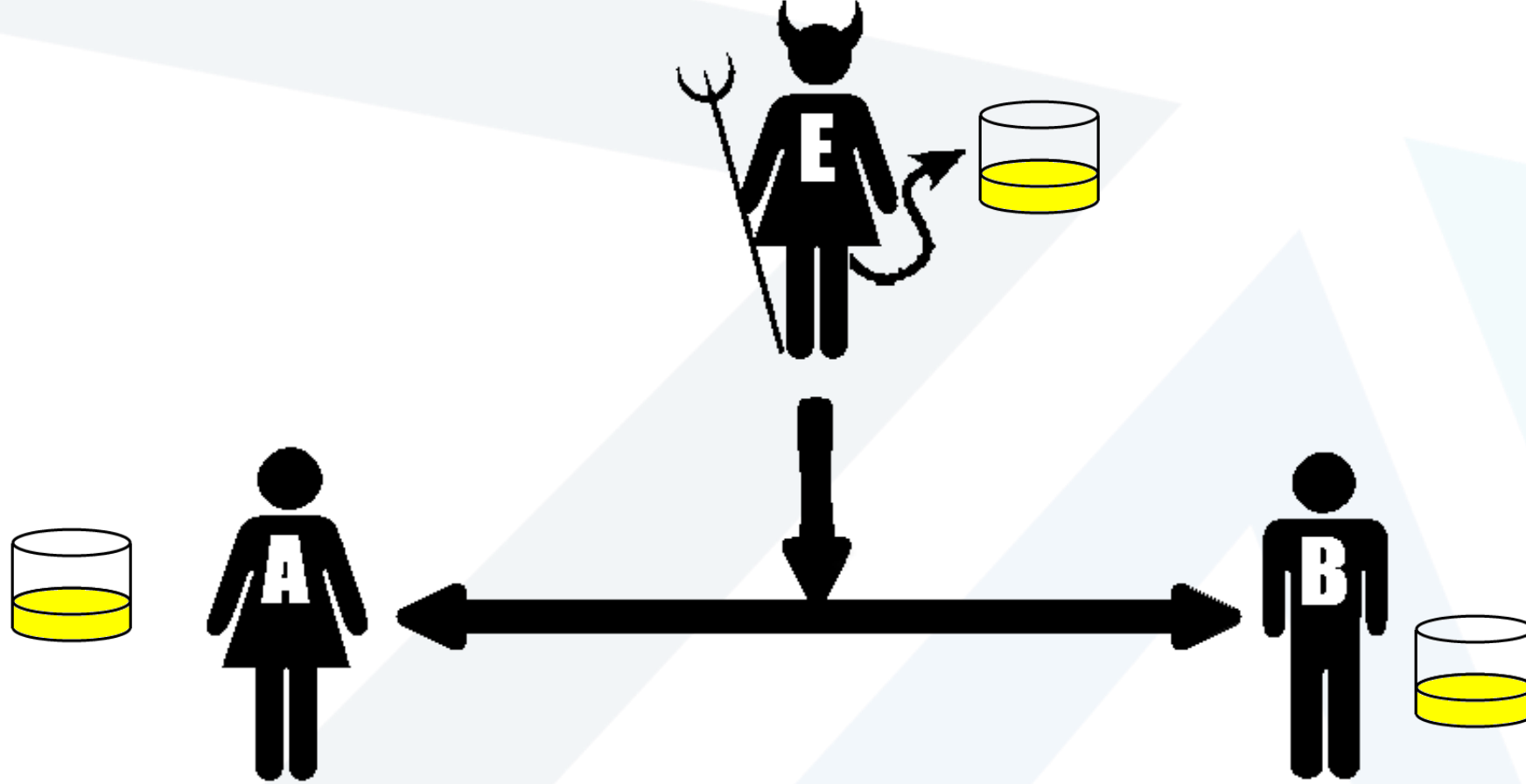
$$K = Y_A^{X_B} \bmod P$$

أمن خوارزمية ديفي هيلمان لتبادل المفاتيح

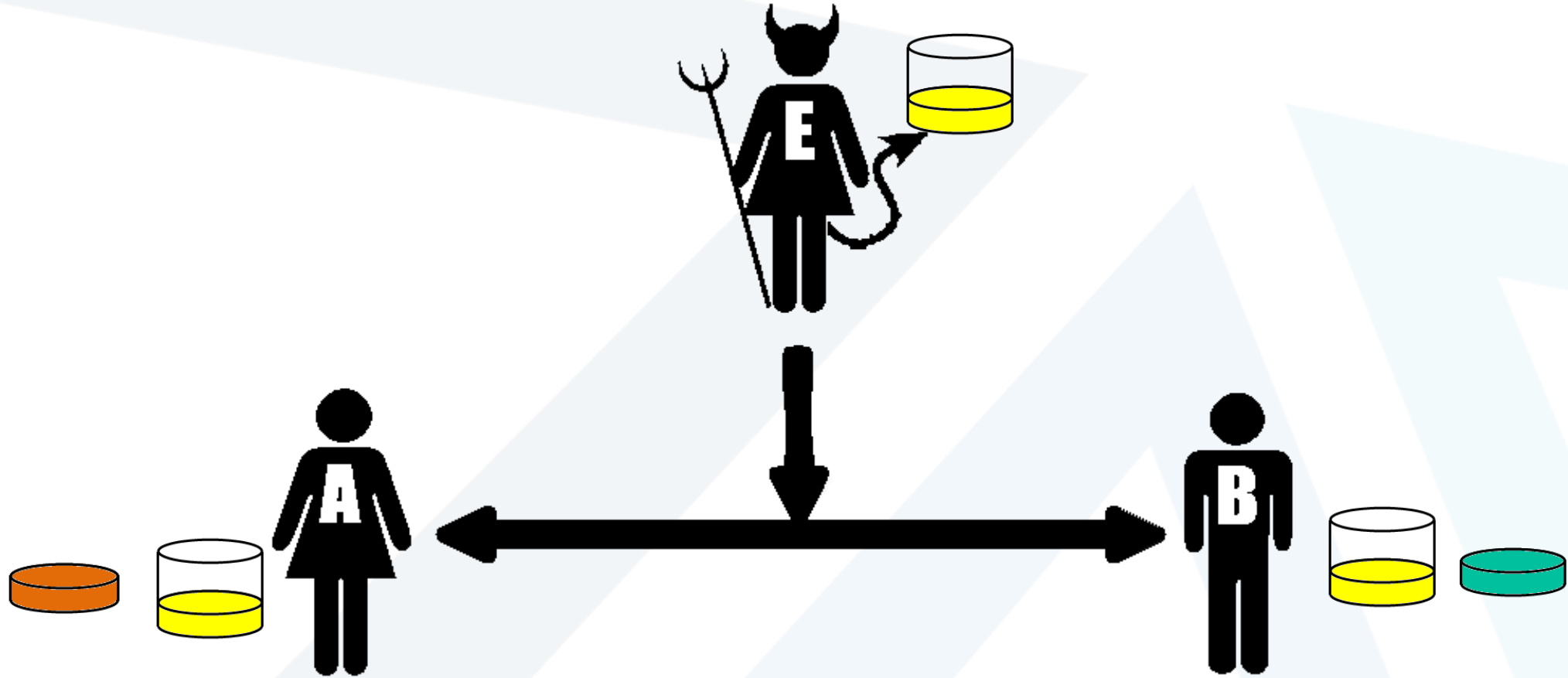
بفرض أن المهاجم **ينصت** لعمليات التبادل التي تجري بين أليس و بوب



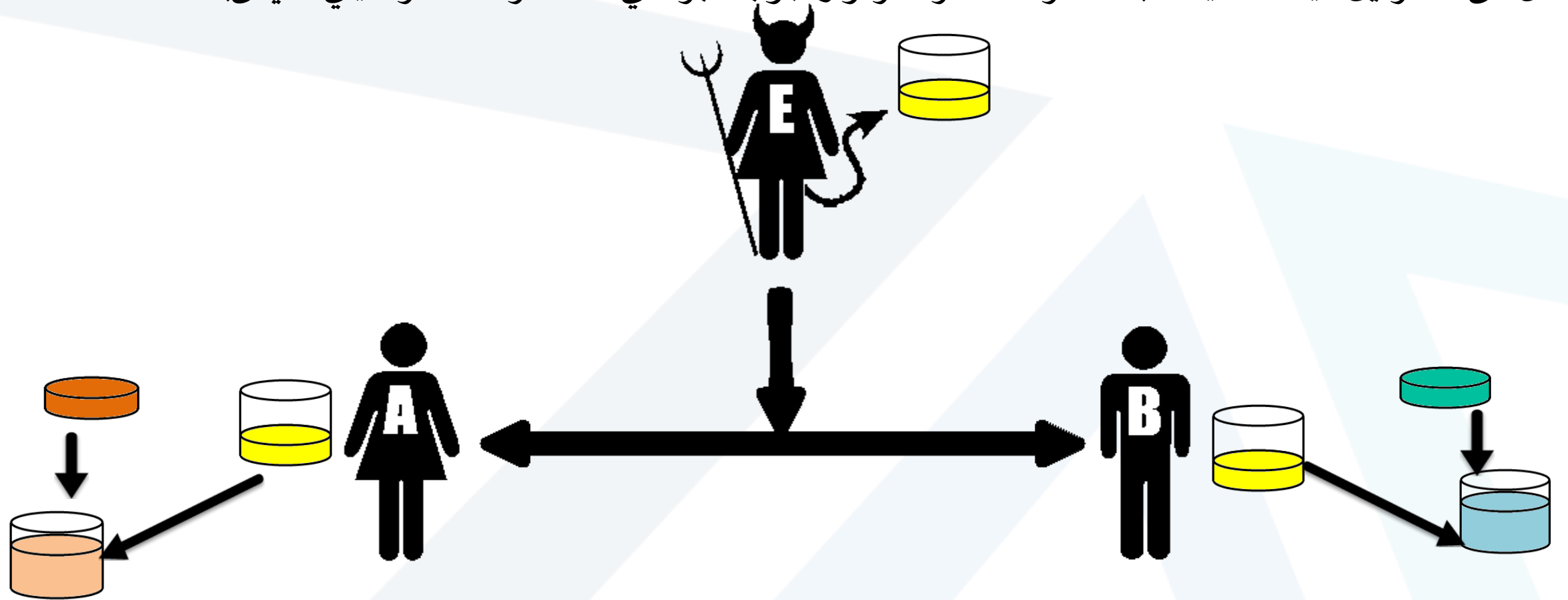
سيتفق كلاهما على القيم العامة المعروفة (اللون الأصفر) و كذلك سيحصل عليها المهاجم



يختار كل من الطرفين قيمة سرية (اللون الأخضر لبوب، اللون البرتقالي لأليس)، لا يمكن للمهاجم معرفة أي منهما



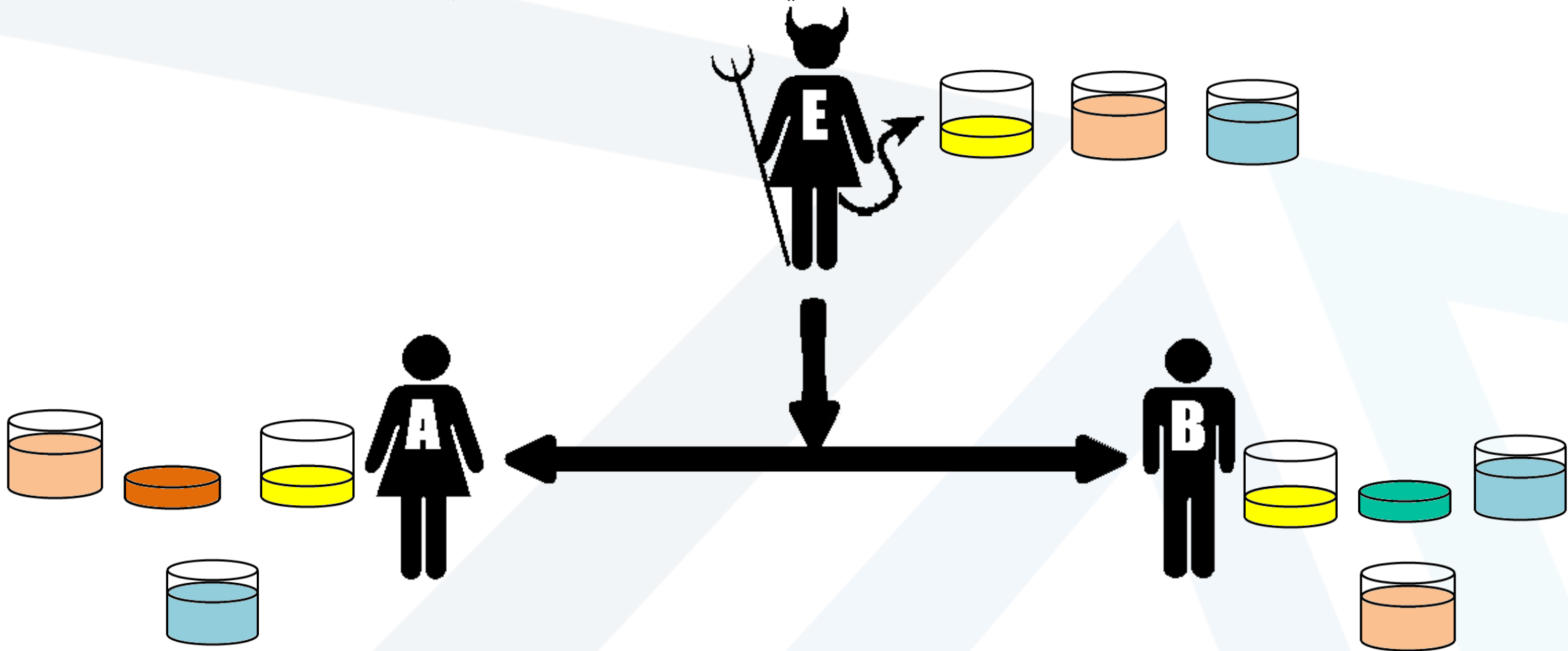
يولد كل من الطرفين قيمة علنية (أخضر + أصفر = تركواز لبوب، برتقالي + أصفر = أصفر طيني لأليس)





جامعة
المنارة
MANARA UNIVERSITY

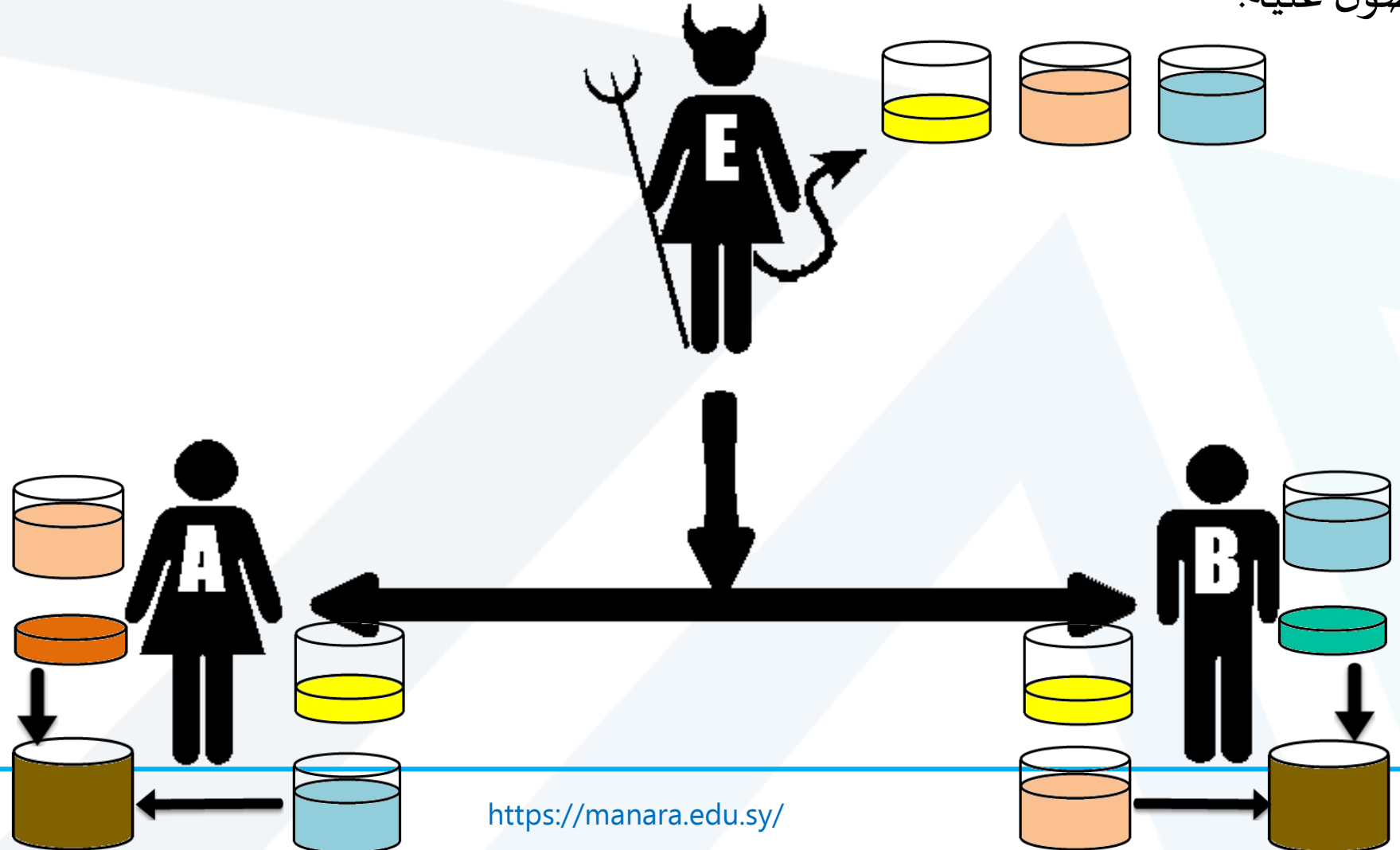
يرسل كل من الطرفين القيمة العلنية للآخر (تركواز، أصفر طيني) فيحصل عليها المهاجم





جامعة
المنارة

يولد كل من الطرفين المفتاح السري لهما بمفرده (أصفر طيني + أحضر = عفني ، التركواز + برتقالي = عفني) لن يكون المهاجم قادراً على الحصول عليه.



أمن خوارزمية ديفي هيلمان رياضياً:

Y_A, Y_B, g, P

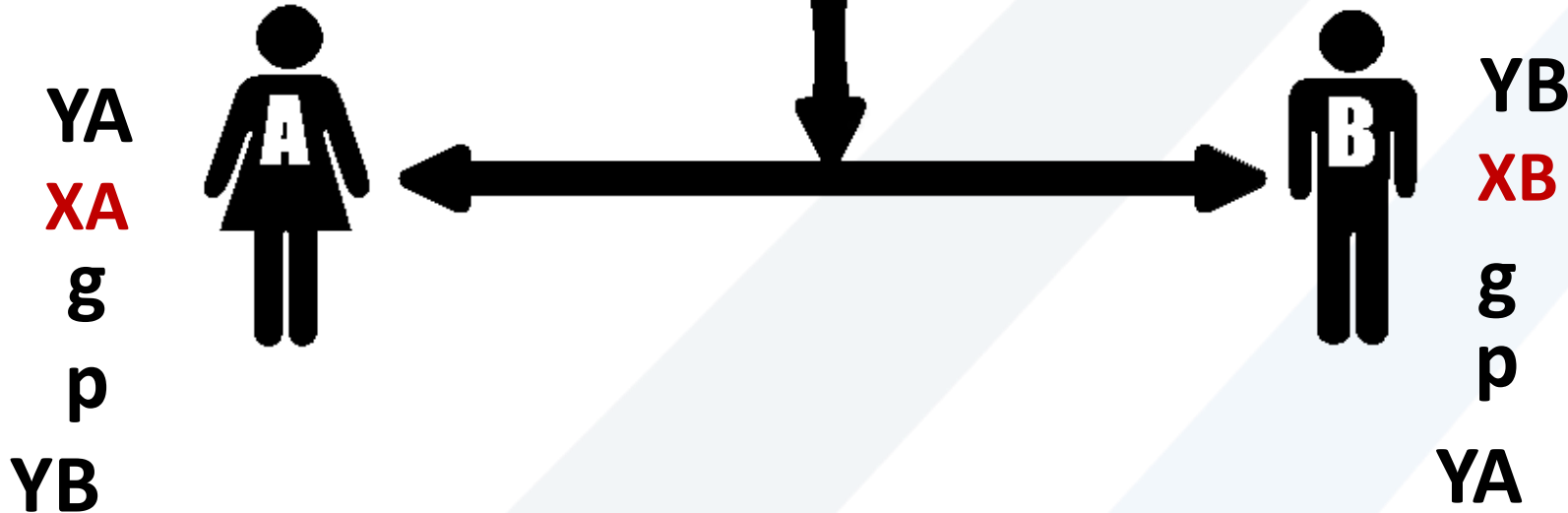


$$X_A = \log_g(Y_A \bmod P)$$

$$X_B = \log_g(Y_B \bmod P)$$

من الصعب جداً جداً الحصول على القيم السرية
من القيم العلنية

لا يمكن للمهاجم الحصول على المفتاح السري أو
توليده



نهاية المحاضرة السادسة