كلية الهندسة

قسم الميكاترونيكس

مقرر: التحكم اللاخطي

م. زينة أديب علي

العام الدراسي:2023/2022

الفصل الثاني

الجلسة الأولى :مقدمة إلى مسار الجذور

الغاية من الجلسة:

تهدف هذه الجلسة إلى:

1- تعريف الطالب بمفهوم مسار الجذور.
2- تعريف الطالب بعلاقة مسار الجذور مع شكل الاستجابة الزمنية وبارامتراتها.

رسم مسار الجذور:

بدايةً سنتعرف على مفهوم مسار الجذور:

بفرض لدينا نظام له تابع النقل التالي:

$$G(s) = \frac{k}{(s+1)(s+2)}$$

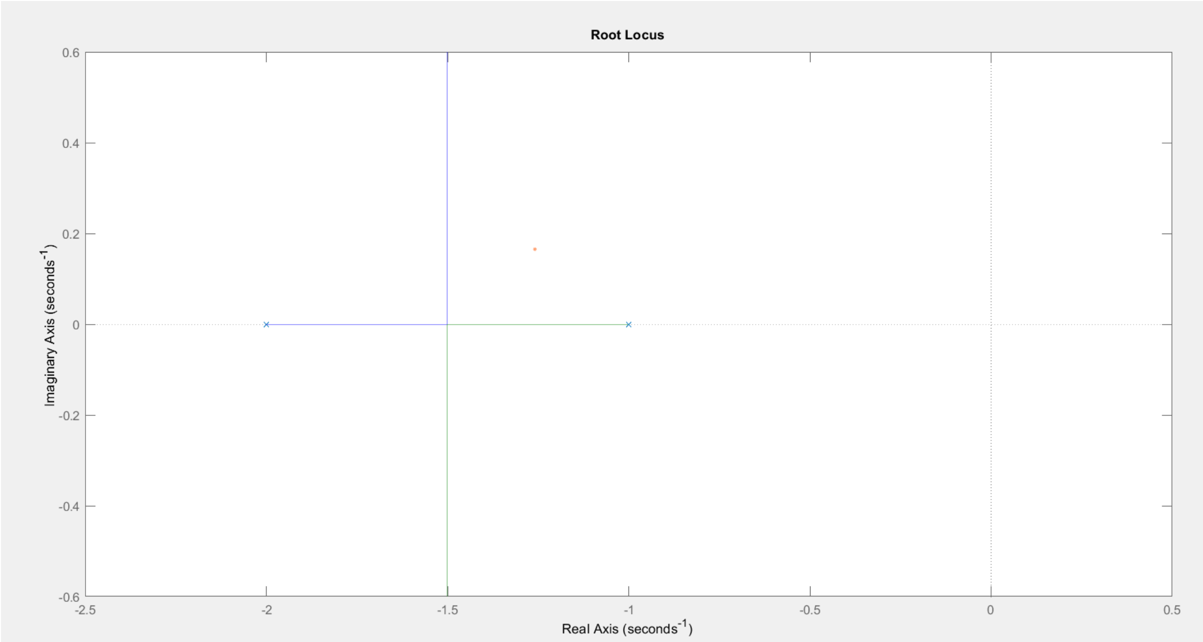
ستكون المعادلة المميزة له هي:

$$(s+1)(s+2) + k = 0$$

كما نلاحظ أنها معادلة من الدرجة الثانية:

- عندما (k=0) ستكون حلولها هي (-1,-2) وهي نفسها أقطاب الحلقة المفتوحة.
- عندما (k=0.04) تكون الحلول هي (-1.04,-1.96).
- عندما (k=0.06) تكون الحلول هي (-1.06,-1.93).
- عندما (k=0.25) الحلول هي(-1.5,-1.5).
- عندما (k=0.4) الحلول هي (-1.5+j0.39, -1.5-j0.39).
- عندما (k=0.5) الحلول هي (-1.5-j0.5, -1.5+j0.5).

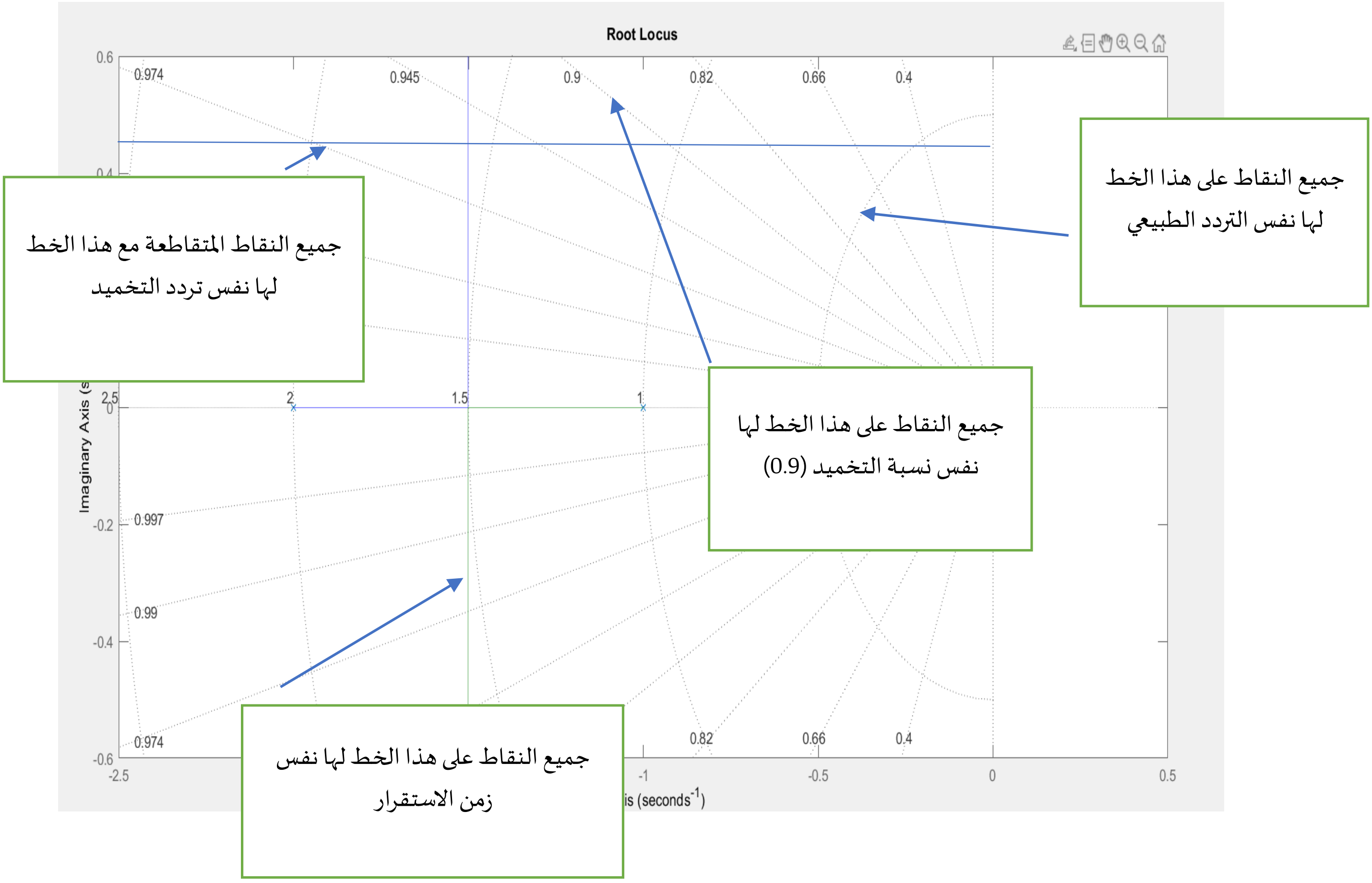
وهكذا............ أي أن مسار الجذور يمثل تغير حلول المعادلة المميزة مع تغير قيم الربح (k).



تغير مواصفات الاستجابة الزمنية مع تغير قيم الربح (تغير حلول المعادلة):

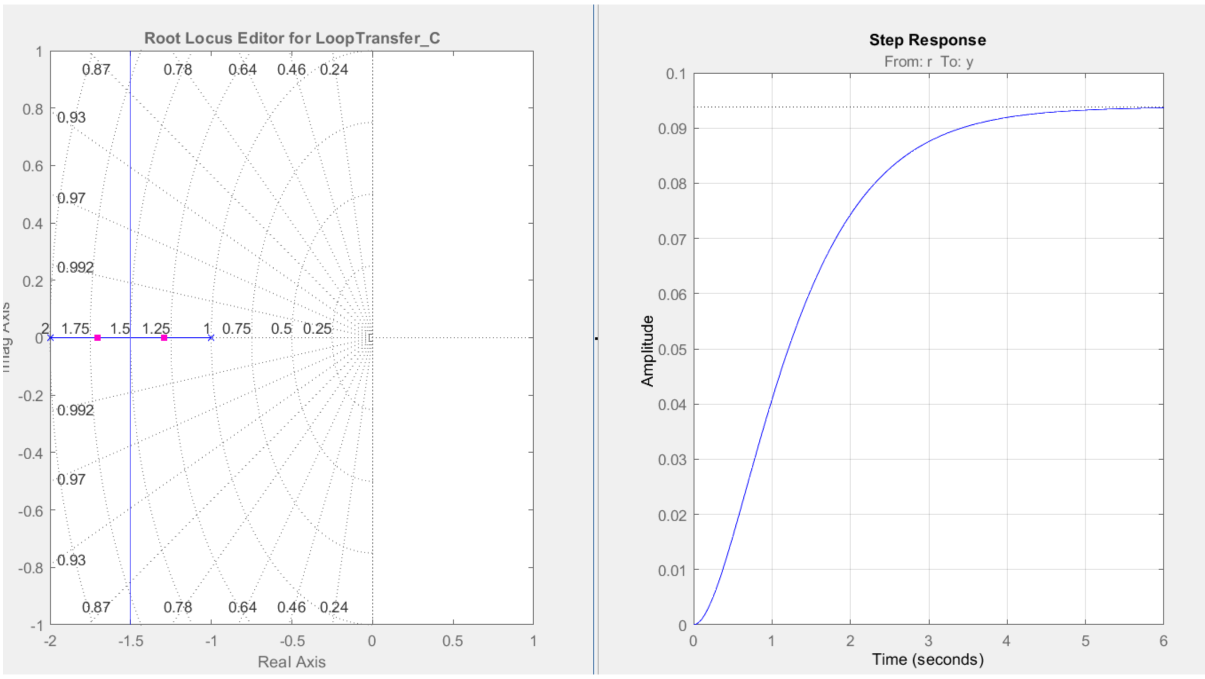
- يمثل المحور الأفقي قيم $W_n * \varepsilon$. أي كلما ابتعدنا عن المحور الشاقولي نحو اليسار كلما ازداد استقرار النظام وقل زمن الاستقرار.
- يمثل المحور الشاقولي قيم تردد التخميد (W_d) أي كلما ابتعدنا عن المحور الأفقي نحو الأعلى والأسفل كلما قل زمن الذروة وزمن الصعود.
- تمثل الدوائر التي مركزها المبدأ قيم (W_n).
- تمثل الخطوط المرسومة من المبدأ ولها زاوية معينة مع المحور الأفقي قيم نسبة التخميد (ε).

وبالتالي مع تغير قيم (k) تتغير حلول المعادلة المميزة وتتغير مواصفات الاستجابة الزمنية.

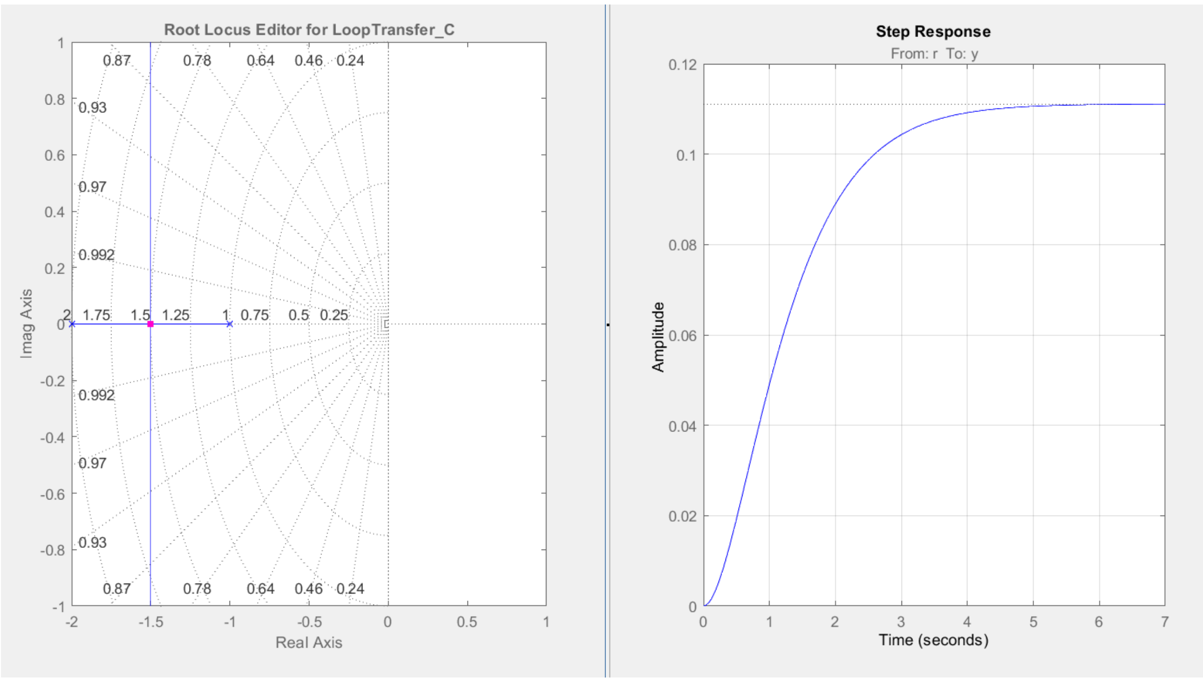


تغير الاستجابة الزمنية مع تغيير نقطة العمل على مسار الجذور (تغير قيم k):

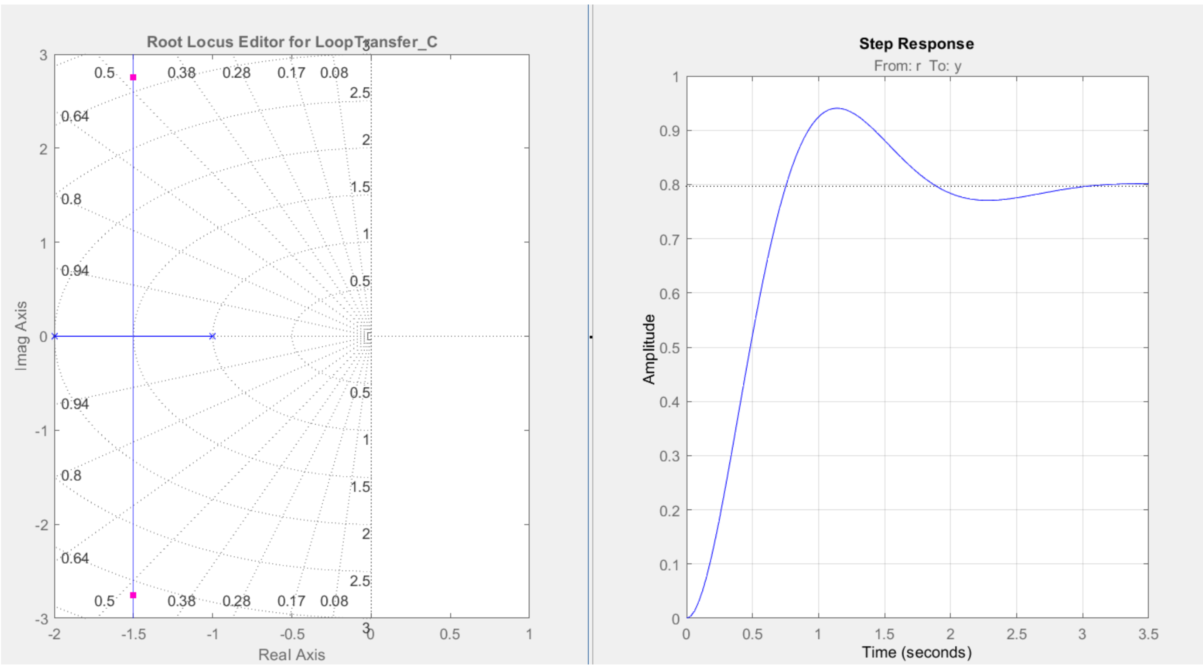
سنقوم الآن برسم الاستجابة الزمنية عند نقاط مختلفة من مسار الجذور



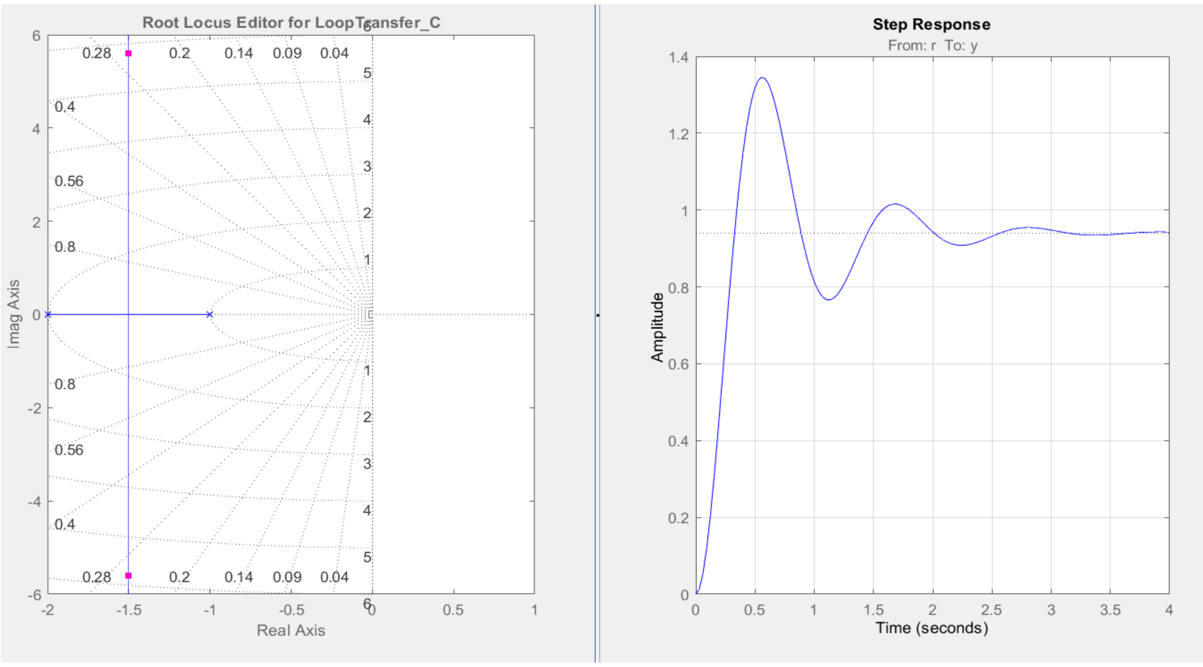
الاستجابة الزمنية عندما تكون نقطة العمل على المحور الأفقي (نقطة العمل هي النقطة الحمراء)



الاستجابة الزمنية عندما تكون نقطة العمل هي نقطة التشتت (الحل المضاعف) (نقطة العمل هي النقطة الحمراء)



الاستجابة الزمنية عندما تكون نقطة العمل ضمن المستوي في اليسار (نقطة العمل هي النقطة الحمراء)



الاستجابة الزمنية عندما تكون نقطة العمل ضمن المستوي في اليسار (نقطة العمل هي النقطة الحمراء)

مثال 2:

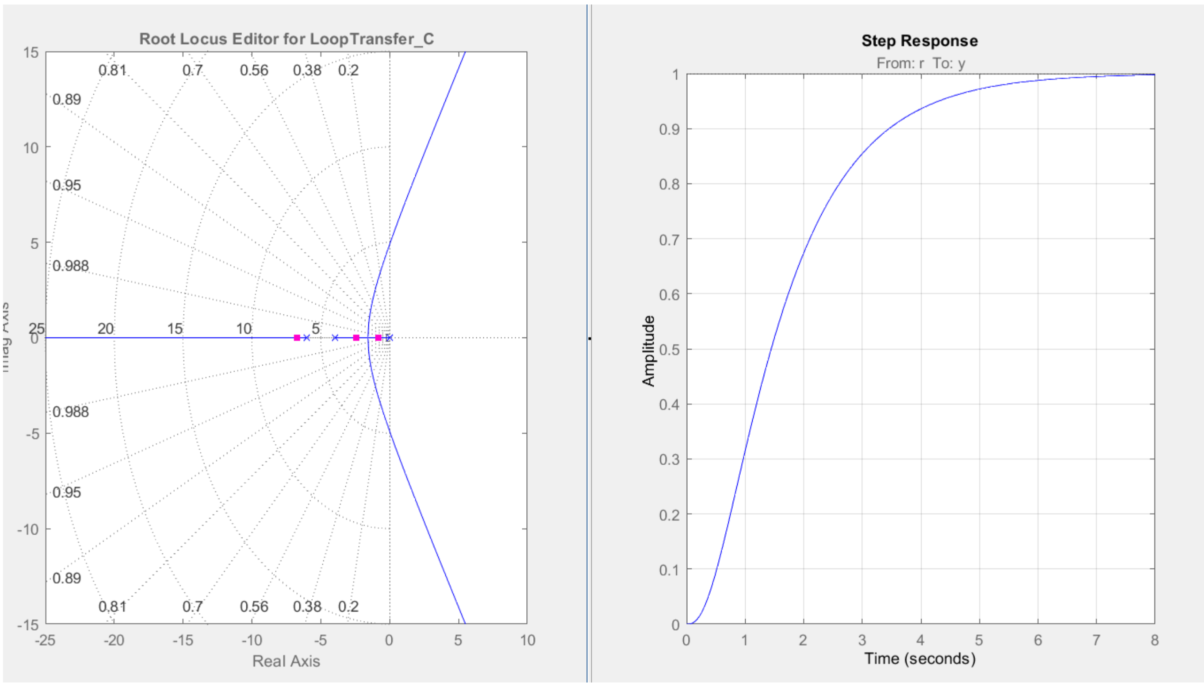
لدينا نظام له تابع النقل التالي:

$$G(s) = \frac{k}{s*(s+4)*(s+6)}$$

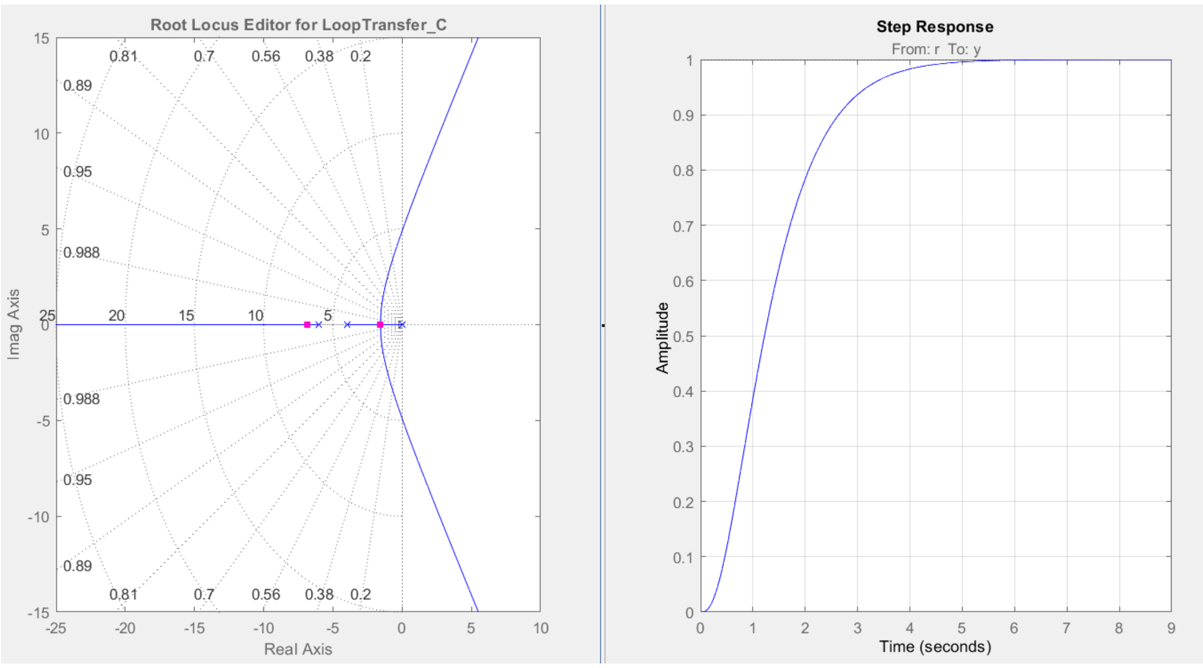
والمطلوب رسم مسار الجذور له على (Matlab) وملاحظة تغير الاستجابة الزمنية مع تغير نقطة العمل.

الحل:

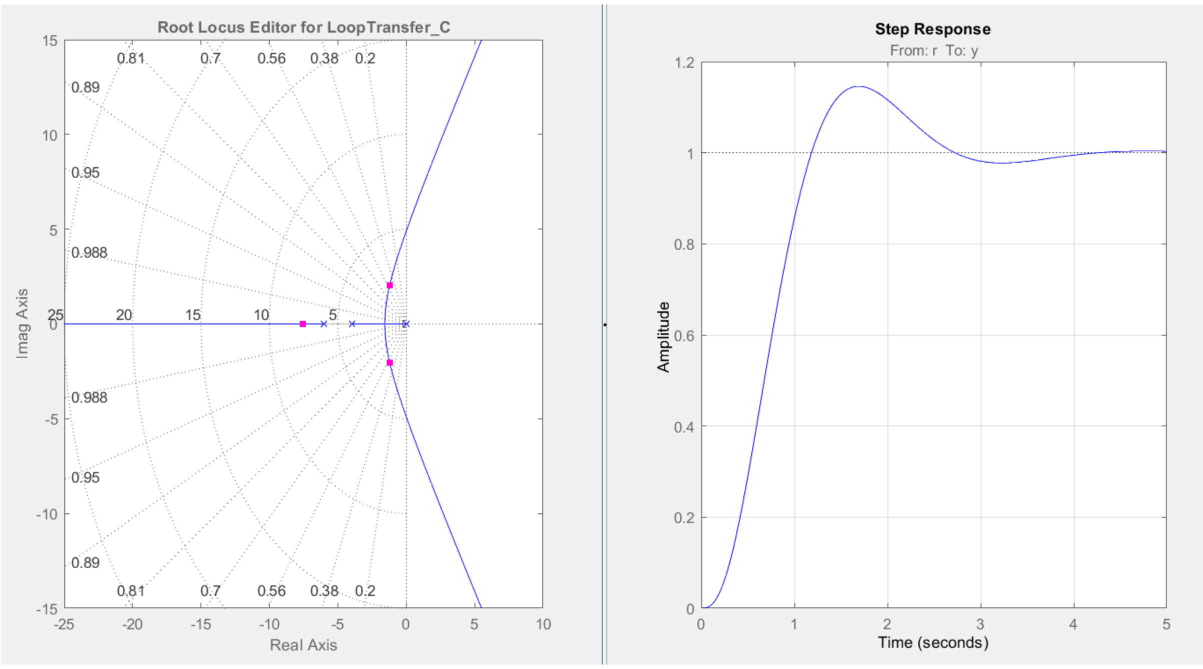
```
num=[1];

den=[ 1 10 24 0];

g=tf(num,den);

rlocus(g);
```



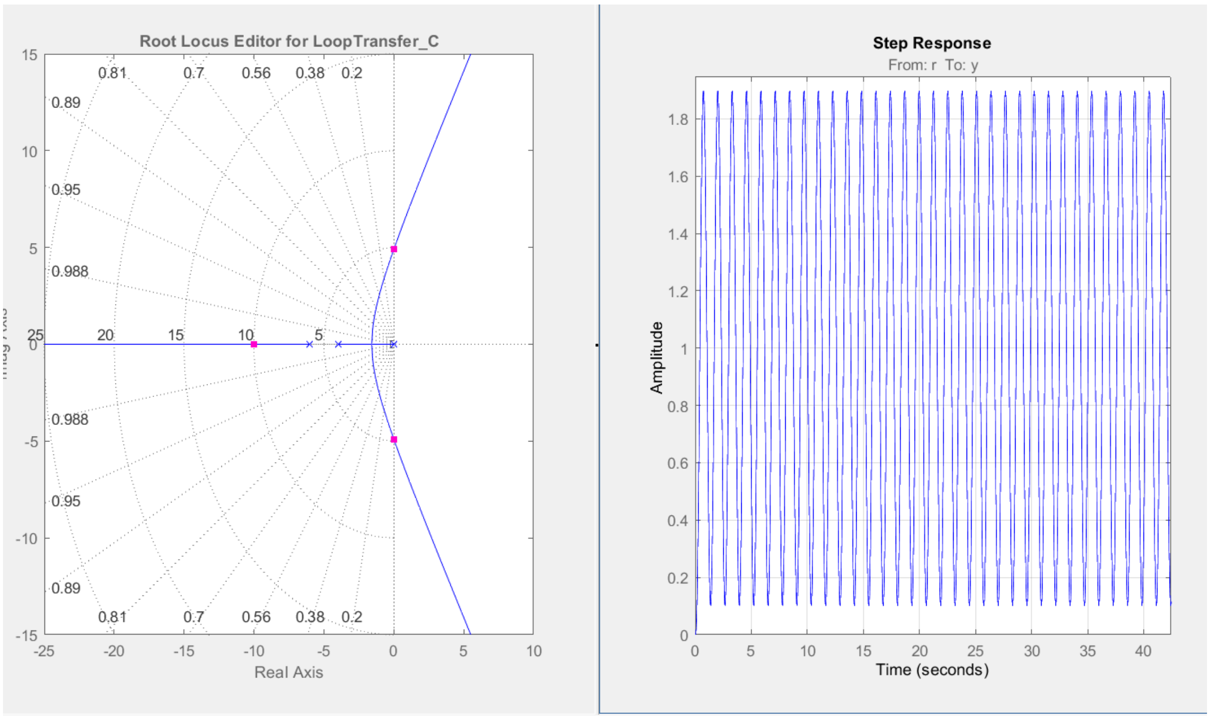
الاستجابة الزمنية عندما تكون نقطة العمل على المحور الأفقي



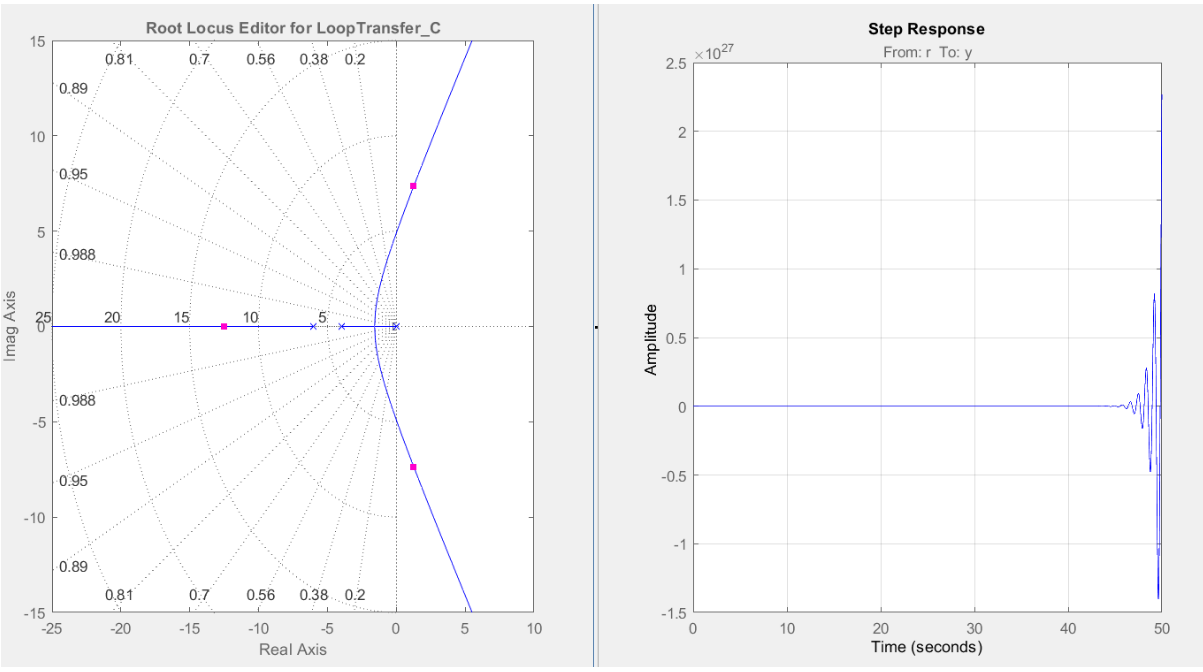
الاستجابة الزمنية عندما تكون نقطة العمل هي نقطة التشتت (الحل المضاعف)



الاستجابة الزمنية عندما تكون نقطة العمل ضمن المستوي في اليسار



الاستجابة الزمنية عندما تكون نقطة العمل على المحور الشاقولي



الاستجابة الزمنية عندما تكون نقطة العمل في الجهة اليمينية من المستوي

نستنتج مما سبق:

- عندما تكون نقطة العمل على المحور الأفقي في الجهة اليسارية يكون النظام زائد التخميد.
- عندما تكون نقطة العمل ضمن المستوي (لها قسم حقيقي وقسم عقدي) يكون النظام ناقص التخميد.
- عندما تكون نقطة العمل هي نقطة التشتت يكون النظام حرج التخميد.
- عندما تكون نقطة العمل على المحور الشاقولي (التخيلي) يكون النظام مهتز غير متخامد (يهتز بمطالات ثابتة إلى اللانهاية).
- عندما تكون نقطة العمل في الجهة اليمينية من المستوي يكون النظام غير مستقر(سالب التخميد) (يزداد مطال الاهتزازات كلما ذهبنا نحو اللانهاية).

(انهيار جسر تاكوماناروز في نيويورك هو مثال على النظام سالب التخميد حيث انهار الجسر بعد ثلاثة أشهر من بنائه بسبب اهتزازه بفعل الرياح علماً أنه وضعت فيه كميات هائلة من الإسمنت والفولاذ).(أي ازداد مطال الاهتزاز مع الزمن حتى انهار الجسر)

- تتغير مواصفات الاستجابة الزمنية مع تغير قيم (k) للنظام نفسه.

مثال غير محلول:

لدينا نظام له تابع النقل التالي :

$$G(s) = \frac{k}{s(s+1)(s+2)}$$

والمطلوب:

استخراج قيم (k) التي تجعل النظام:

1. نظام زائد التخميد.
2. نظام حرج التخميد.
3. نظام ناقص التخميد.
4. نظام مهتز غير متخامد.
5. نظام غير مستقر.

وذلك باستخدام (Matlab).

الجلسة الثانية:

استخدام مسار الجذور في تصميم أنظمة التحكم (المتحكم التناسبي)

مثال (1):

لدينا نظام له تابع النقل التالي:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+8)(s+10)}$$

والمطلوب :

1. تصميم متحكم بحيث نحصل على المواصفات التالية:

$$M_p \leq 10\%$$

$T_s \leq 2\ sec$ وذلك باستخدام (control system designer).

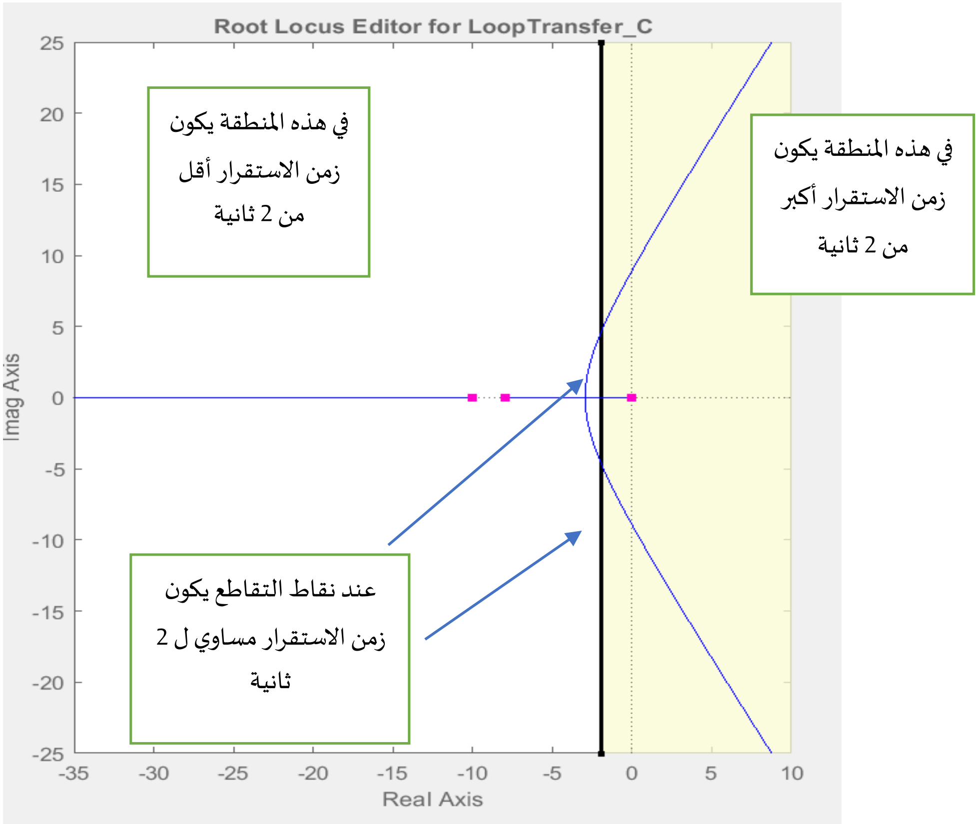
2. إذا علمت أن تابع النقل السابق يمثل تابع النقل لكرسي هزاز كهربائي (قم باختيار قيمة ثابت الربح التناسبي المناسب).(هذا الطلب مستقل عن الطلب الأول)

الحل:

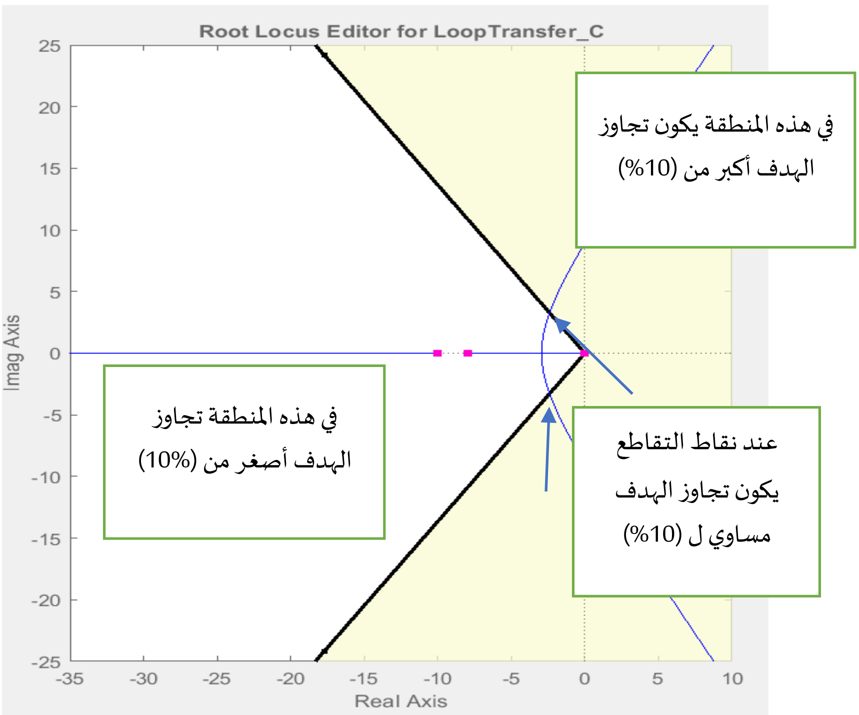
```
NUM=[1];
DEN=conv([1 8  0],[1 10]);
G=tf(NUM,DEN);
Rlocus(G);
```

ثم ندخل إلى (control system designer)

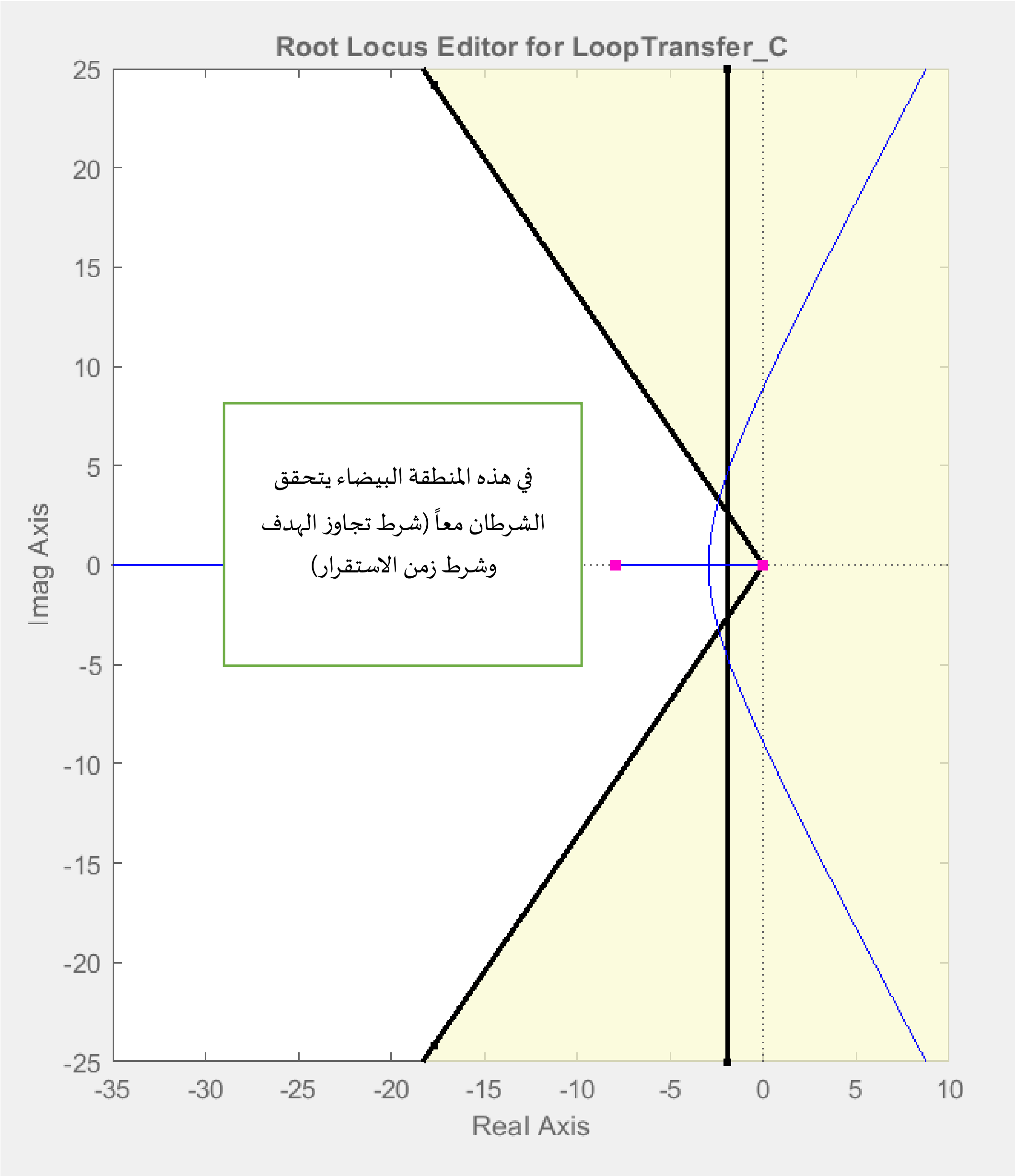
1. نضيف شرط زمن الاستقرار.



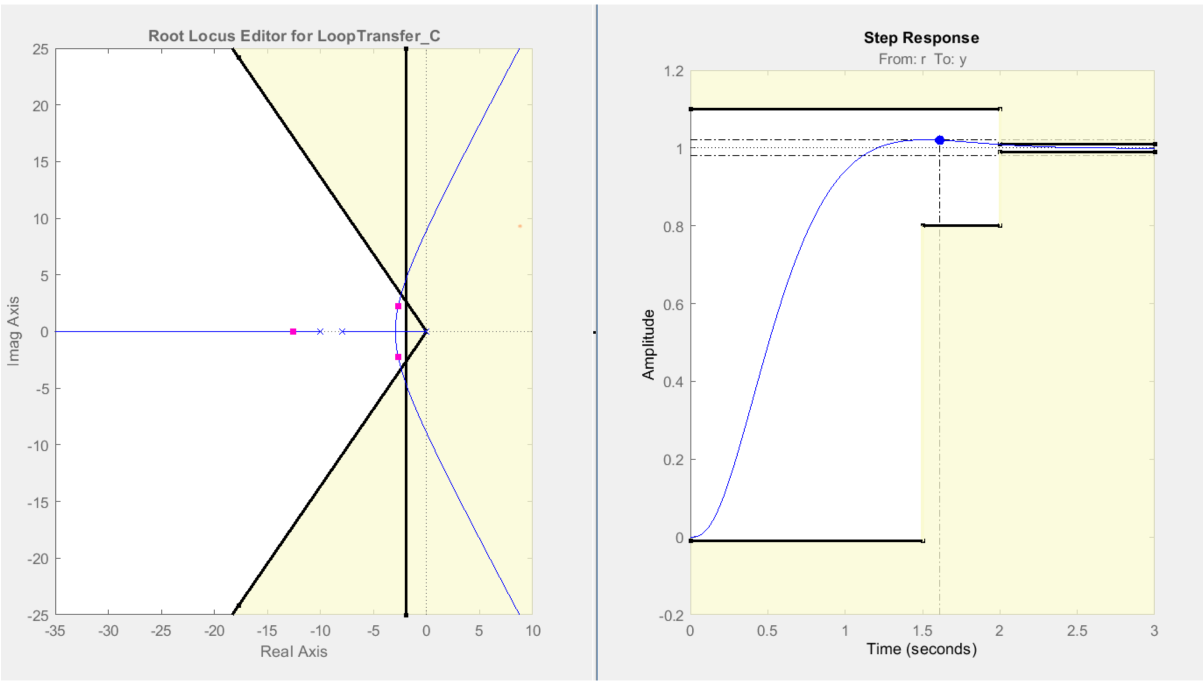
2. نضيف شرط تجاوز الهدف:



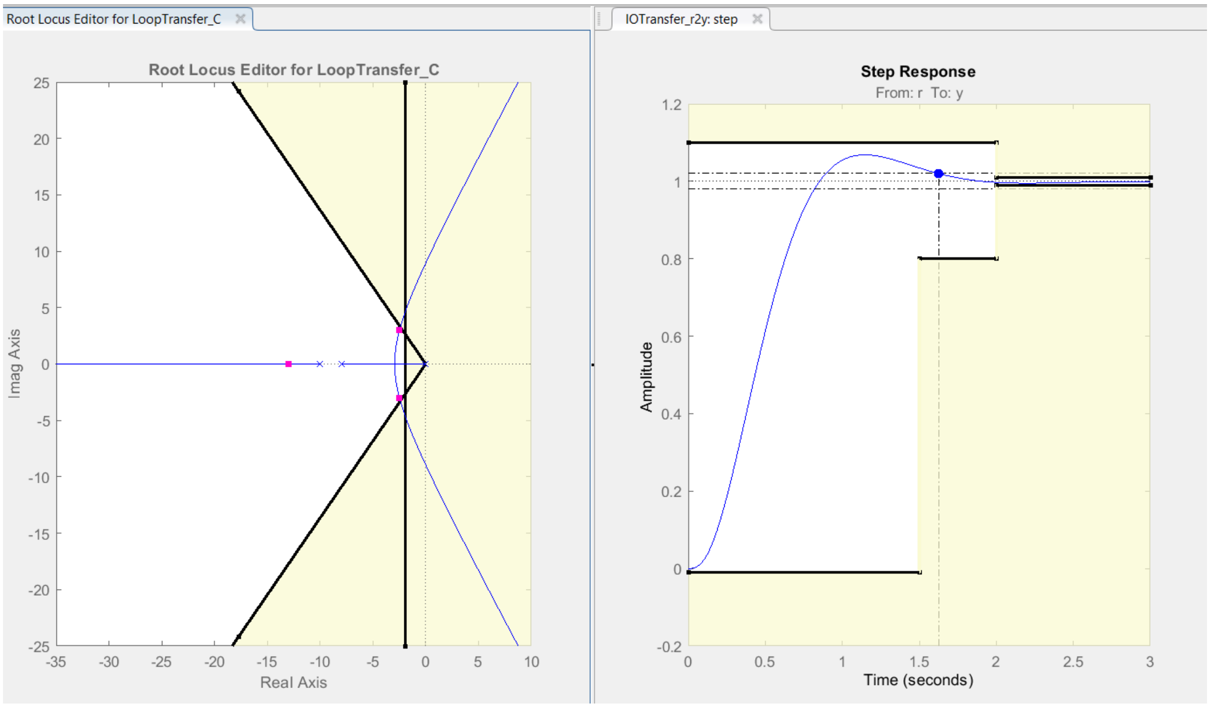
3. عند جمع الشرطين المطلوبين نحصل على مايلي:



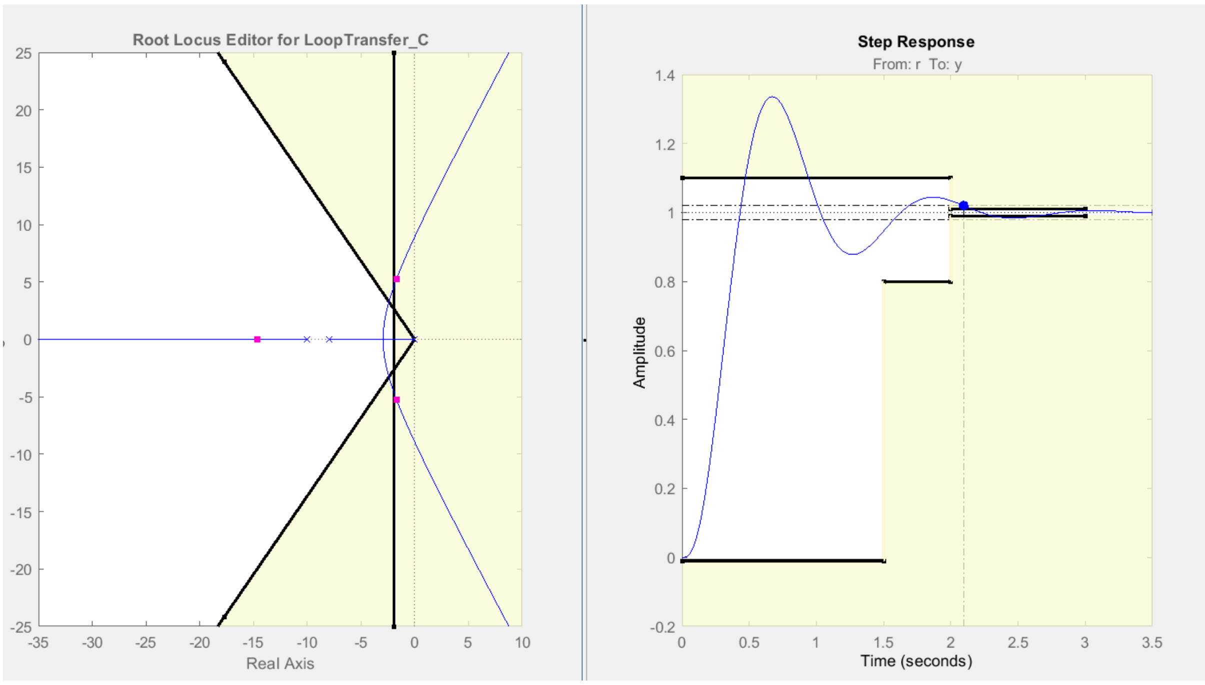
دائماً عند تصميم المتحكمات نسعى نحو البساطة في التصميم أيضاً بالإضافة إلى تحقيق المطلوب لذلك نبدأ بإمكانية تصميم متحكم تناسبي وطالما بقي لدينا قسم من مسار الجذور ضمن المنطقة المسموحة فإن إمكانية تصميم متحكم تناسبي متاحة لدينا وذلك بتحريك نقطة العمل بحيث تبقى ضمن المنطقة المسموحة ومراقبة مواصفات الاستجابة الزمنية بنفس الوقت. (أضفنا الشروط المطلوبة إلى منحني الاستجابة الزمنية وحتى تكون الاستجابة المطلوبة محققة يجب أن تكون مرسومة في المنطقة البيضاء المسموحة ولا تتجاوز الحدود إلى المنطقة المحظورة).



الاستجابة الزمنية الموافقة لنقطة عمل ضمن المنطقة المسموحة وكما نلاحظ ان الاستجابة الناتجة ضمن المنطقة المسموحة لها.



الاستجابة الزمنية الموافقة لنقطة عمل ضمن المنطقة المسموحة ولازالت الاستجابة الزمنية تحقق المطلوب



الاستجابة الزمنية لنقطة عمل خارج المنطقة المسموحة (أصبحت الاستجابة الزمنية خارج الحدود المسموحة لها حيث ازداد تجاوز الهدف عن القيمة المسموحة له) وهذا مؤكد كوننا اخترنا نقطة عمل خارج المنطقة المسموحة.

- وبالتالي يمكن تصميم متحكم تناسبي لتحقيق المطلوب بحيث تتراوح قيم ثابت الربح التناسبي بين القيم:

$$122.18 \leq k \leq 198.4$$

▾ Preview

```
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 0
Value:
  122.18
```

```
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 0
Value:
  198.4
```

نستنتج مايلي:

- يمكننا تصميم متحكم تناسبي طالما أن هناك جزء من مسار الجذور قد بقي ضمن المنطقة المسموحة.

الطلب (2):

إذا كان النظام عبارة عن كرسي هزاز كهربائي فإن قيمة (k) المناسبة له هي (1440) وهي القيمة التي تعطيه استجابة جيبية غير متخامدة.(حتى يبقى الكرسي يهتز بمطالات ثابتة دون أن يتخامد)

مثال غير محلول:

لدينا نظام له تابع النقل التالي :

$$G(s) = \frac{k}{s(s+10)(s+15)}$$

والمطلوب تصميم متحكم له بحيث نحصل على المواصفات التالية:

$$M_p \leq 4.3\%$$

$$T_s \leq 1.2\ sec$$

الجلسة الثالثة:

استخدام مسار الجذور في تصميم أنظمة التحكم (المتحكم التناسبي_التكاملي):

لدينا نظام له تابع النقل التالي:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

والمطلوب :

1. تصميم نظام تحكم له بحيث نحصل على مواصفات الاستجابة الزمنية التالية:

$$M_p = 10\%$$

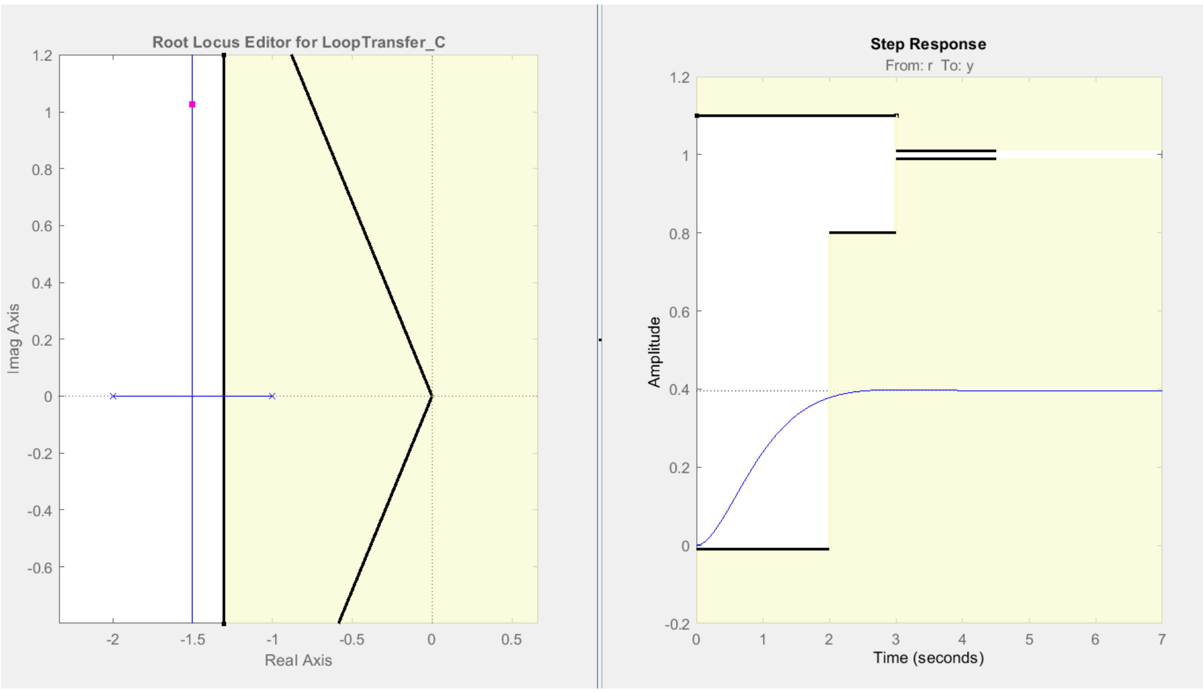
$$T_s = 3\ sec$$

$ess = 0$ لدخل الخطوة الواحدية.

2. إذا علمت أن النظام السابق هو نظام تعبئة خزان مياه منزلي فما هي المواصفات التي تهمنا أكثر من غيرها إذا كنا في ظل الظروف الكهربائية التي نعيشها حالياً.
3. إذا كان النظام السابق هو نظام تعبئة خزان لخلط الأدوية فماهي المواصفات الضرورية أكثر من غيرها.

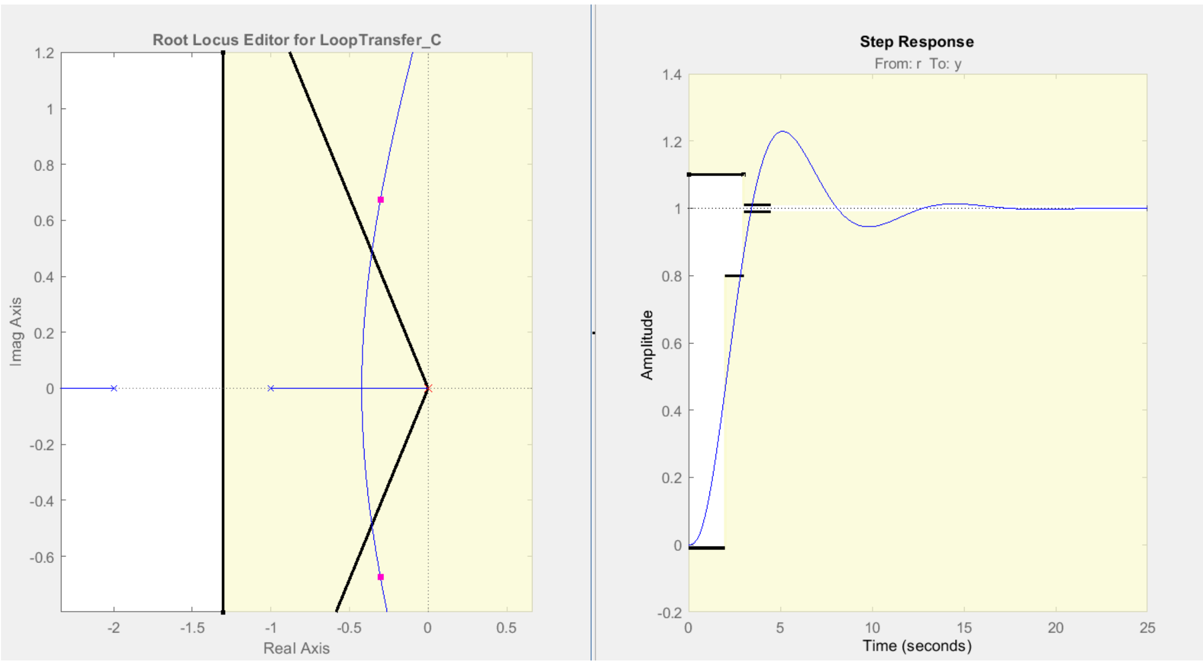
الحل:

```
num=[1];
den=[1 3 2];
g=tf(num,den);
```



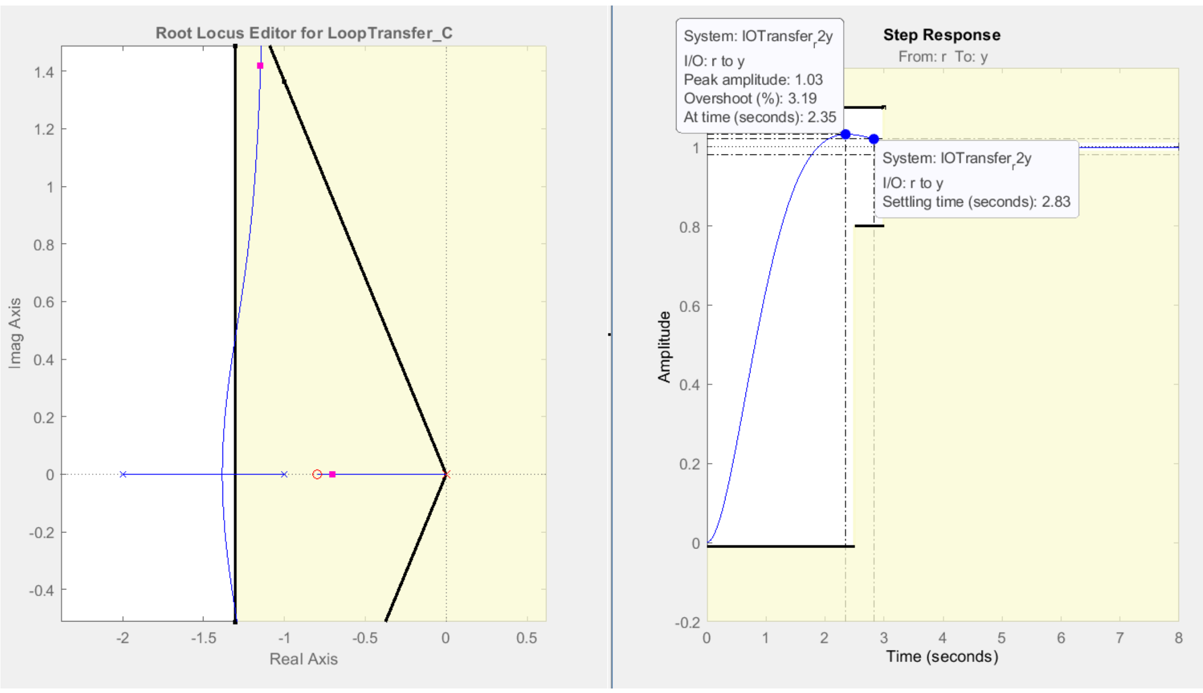
يوضح الشكل السابق مسار الجذور والاستجابة الزمنية بعد إضافة الشروط حيث نلاحظ هنا أن المتحكم التناسبي لا يفي بالغرض حيث إن الاستجابة الزمنية تبقى ضمن المنطقة المحظورة وكذلك الخطأ عند الاستقرار قيمته لا تساوي الصفر مهما ازدادت قيم (k).

لذلك سنلجأ هنا إلى المتحكم (التناسبي_التكاملي).. حيث إنه عندما يطلب إلغاء الخطأ عند الاستقرار نقوم بإضافة مكامل إلى النظام $\frac{1}{s}$ حيث إن إضافة المكامل إلى النظام تعني إضافة قطب في المبدأ وبالتالي يزداد نوع النظام و يتم إلغاء الخطأ عند الاستقرار (إذا كان الدخل هو دالة الخطوة الواحدية). عند إضافة المكامل أصبح مسار الجذور كما يلي:



نلاحظ مما سبق :

- إنه عند إضافة المكامل تم إلغاء الخطأ عند الاستقرار تماماً وهذا هو المطلوب لدينا .
- أصبح مسار الجذور بكامله ضمن المنطقة المحظورة وبالتالي فإن تغيير قيمة (k) لن تعطي النتيجة المطلوبة لذلك أصبح ضرورياً إعادة مسار الجذور إلى المنطقة المسموحة (حيث نقوم بإضافة صفر قريب جدا من المبدأ).



نلاحظ من الشكل السابق أنه عند إضافة صفر قريب من المبدأ يعود مسار الجذور إلى شكله السابق ويعود إلى المنطقة المسموحة ويبقى الخطأ عند الاستقرار ذو قيمة صفرية. وبالتالي أصبح بالإمكان الآن تغيير قيمة (k) للحصول على الاستجابة الزمنية المطلوبة كما هو موضح لدينا(حيث كانت قيمة زمن الاستقرار 2.83 ثانية) وتجاوز الهدف (3.19%).

ويكون تابع النقل للمتحكم على الشكل التالي:

```
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 0
Value:
  3.0981 (s+0.7587)
  -----------------
          s
```

حيث كما يتضح لدينا أن المتحكم المستخدم هو عبارة عن متحكم (PI) حيث يتم استخراج ثوابته كالتالي:

$$G(s) = 3.0981(1 + \frac{0.7587}{s})$$

وبالمقارنة مع الشكل العام لتابع نقل متحكم ال (pi):

$$G(s) = k_p(1 + \frac{1}{T_i * s})$$

وبالتالي يكون لدينا ثابت الربح التناسبي هو (3.0981) أما زمن التكامل ($\frac{1}{0.7587}$).

الطلب الثاني:

إذا كان النظام هو نظام لتعبئة خزان منزلي بالمياه في ظل الظروف الكهربائية الحالية فإن أكثر ما يهمنا هو أن يكون زمن الاستقرار أصغر ما يمكن (ولكننا بالمقابل سنحمل المشغل طاقةً أكبر).

الطلب الثالث:

إذا كان النظام هو نظام تعبئة لخلط الأدوية فما يهمنا هو (الخطأ عند الاستقرار) وكذلك (تجاوز الهدف) ولو طال زمن الاستقرار.

الاستنتاجات:

- يتم إضافة الجزء التكاملي عند الرغبة بإلغاء الخطأ عند الاستقرار (المكامل هو قطب في المبدأ)
- إن إضافة الجزء التكاملي فقط يلغي الخطأ عند الاستقرار ولكنه يؤثر سلباً على مواصفات الاستجابة الزمنية المطلوبة حيث يزيح مسار الجذور باتجاه اليمين (إضافة قطب تزيح مسار الجذور باتجاه اليمين).

- لإلغاء تأثير الجزء التكاملي على المواصفات المطلوبة نقوم بإضافة صفر قريب جداً من المبدأ.
- إضافة صفر إلى النظام تزيح مسار الجذور باتجاه اليسار.
- للتخلص من الخطأ عند الاستقرار مع المحافظة على المواصفات المطلوبة (يتم استخدام متحكم PI).

مثال غير محلول:

لدينا نظام له تابع النقل التالي:

$$G(s) = \frac{1}{(s+5)(s+6)}$$

والمطلوب صمم متحكم له بحيث يكون زمن الاستقرار هو 1 ثانية وتجاوز الهدف هو 20 %.

الجلسة الرابعة:

تصميم المتحكم (PD) والمتحكم (PID) باستخدام (CONTROL SYSTEM DESIGNER):

مثال:

لدينا نظام له تابع النقل التالي:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$

والمطلوب:

1. تصميم متحكم بحيث نحصل على المواصفات التالية:

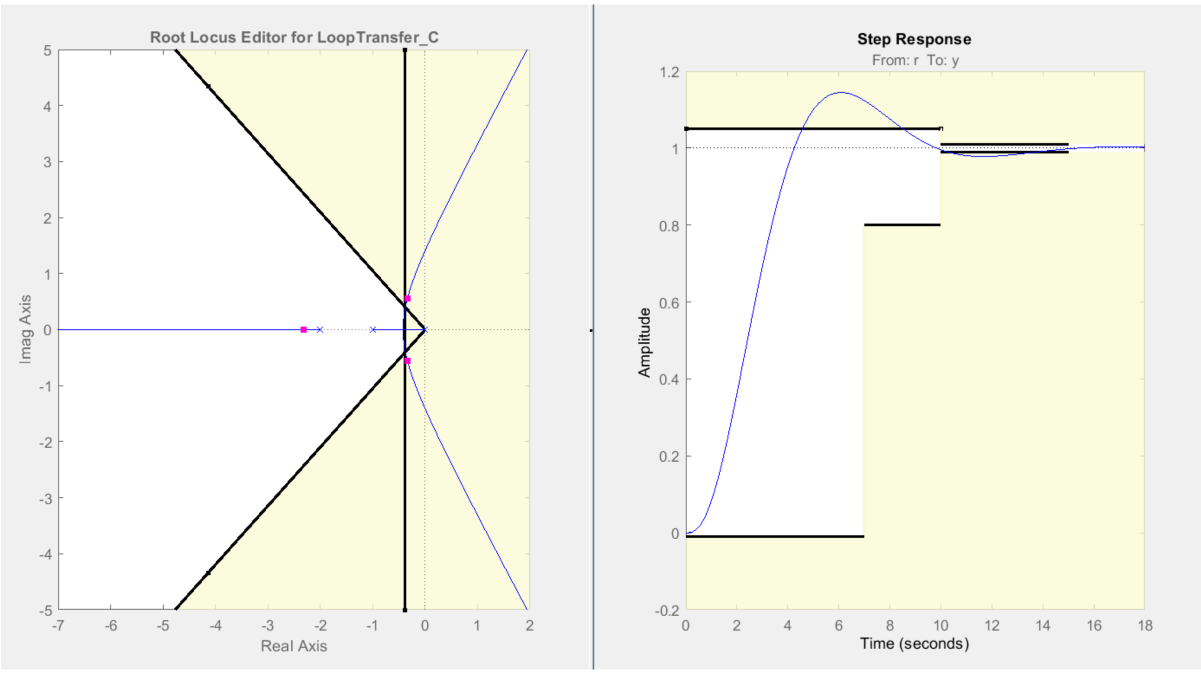
$$M_p = 5\%$$

$$T_s = 10\ sec$$

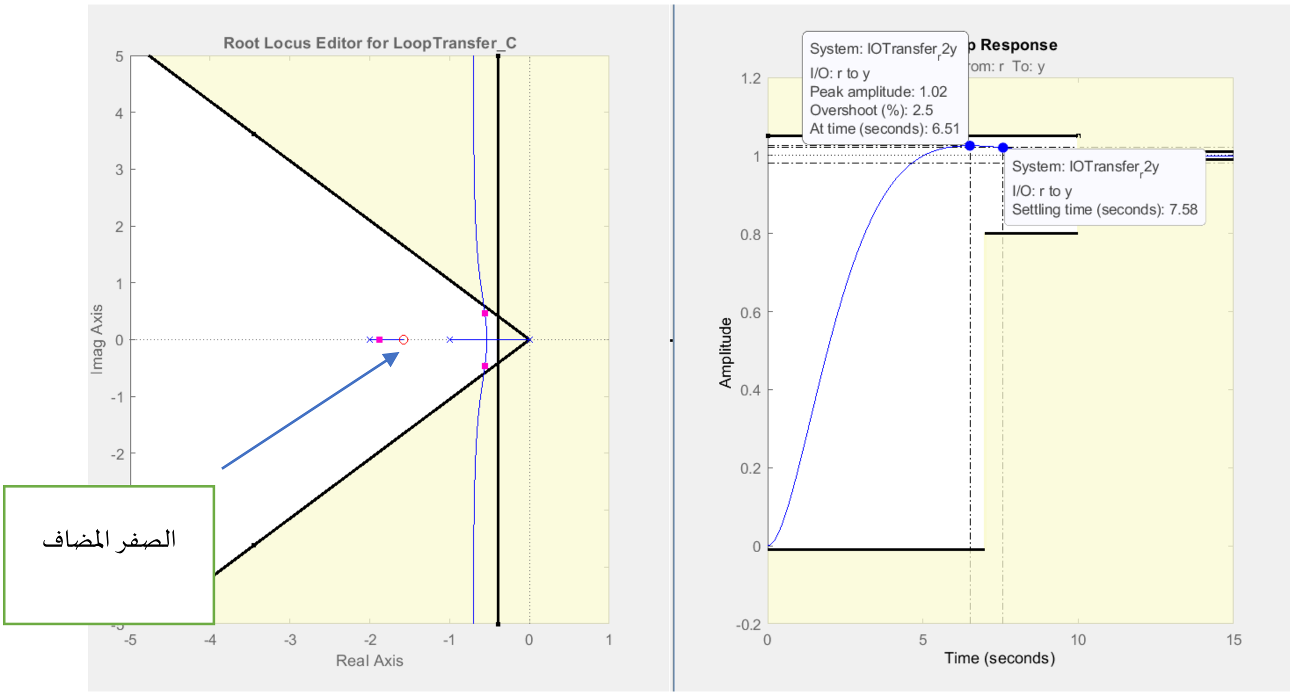
2. إذا علمت أن هذا النظام هو عبارة عن مركبة فضائية و المتحكم هو للتحكم بسرعتها فهل يفضل أن نقوم بإنقاص زمن الاستقرار إلى قيم أقل من (10 sec)؟

الحل:

ندخل النظام إلى (Matlab):



كما نلاحظ من الشكل السابق أن مسار الجذور يقع بأكمله ضمن المنطقة المحظورة أي يجب إزاحته إلى اليسار ليصبح ضمن المنطقة المسموحة له (لإزاحة مسار الجذور إلى اليسار نقوم بإضافة صفر).



من الاستجابة أعلاه نلاحظ أنه بعد إضافة الصفر ينزاح مسار الجذور نحو اليسار وبالتالي يصبح ضمن المنطقة المسموحة وهذا ما نلاحظه أيضاً من مواصفات الاستجابة الزمنية العابرة حيث إنها مرت من المنطقة المسموحة لها وكانت قيمة زمن الاستقرار (7.58 sec) وتجاوز الهدف (2.5%).

ويكون تابع النقل للمتحكم هو :

```
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 0
Value:
  0.63483 (s+1.575)
```

كما نلاحظ أن المتحكم الناتج هو عبارة عن متحكم (PD) وتكون قيم ثوابته كالتالي:

بالمقارنة مع تابع النقل للمتحكم (PD):

$$G(s) = k_p(1 + T_d * s)$$

ينتج لدينا:

$$k_p = 0.63483$$

$$T_d = 1.575$$

الطلب الثاني:

إذا كان النظام عبارة عن مركبة فضائية و وظيفة المتحكم هي التحكم بسرعتها فلا يفضل تقليل زمن الاستقرار . حتى يمكن التهاون به إلى قيم أكبر من (10 sec) لأن الحصول على زمن استقرار صغير يفرض جهداً إضافياً على المشغلات وهي تعتمد في حركتها على البطاريات التي تشحن بالاعتماد على الطاقة الشمسية وبالتالي يجب توفير طاقة البطاريات لوقت غياب الشمس.

وبالتالي يجب التوفير قدر الإمكان في طاقة المشغلات على حساب الأداء.

الاستنتاجات:

- يستخدم المتحكم التناسبي التفاضلي للتأثير على مواصفات الاستجابة الزمنية العابرة .
- يكون تصميم المتحكم (التناسبي _ التفاضلي) بإضافة صفر حقيقي فقط .
- إضافة صفر إلى النظام تزيح مسار الجذور باتجاه اليسار.

تصميم المتحكم (التناسبي _ التكاملي _ التفاضلي):

مثال:

لدينا نظام له تابع النقل التالي:

$$G(s) = \frac{(s+2)}{(s^2+2s+2)}$$

والمطلوب:

تصميم متحكم له بحيث يكون:

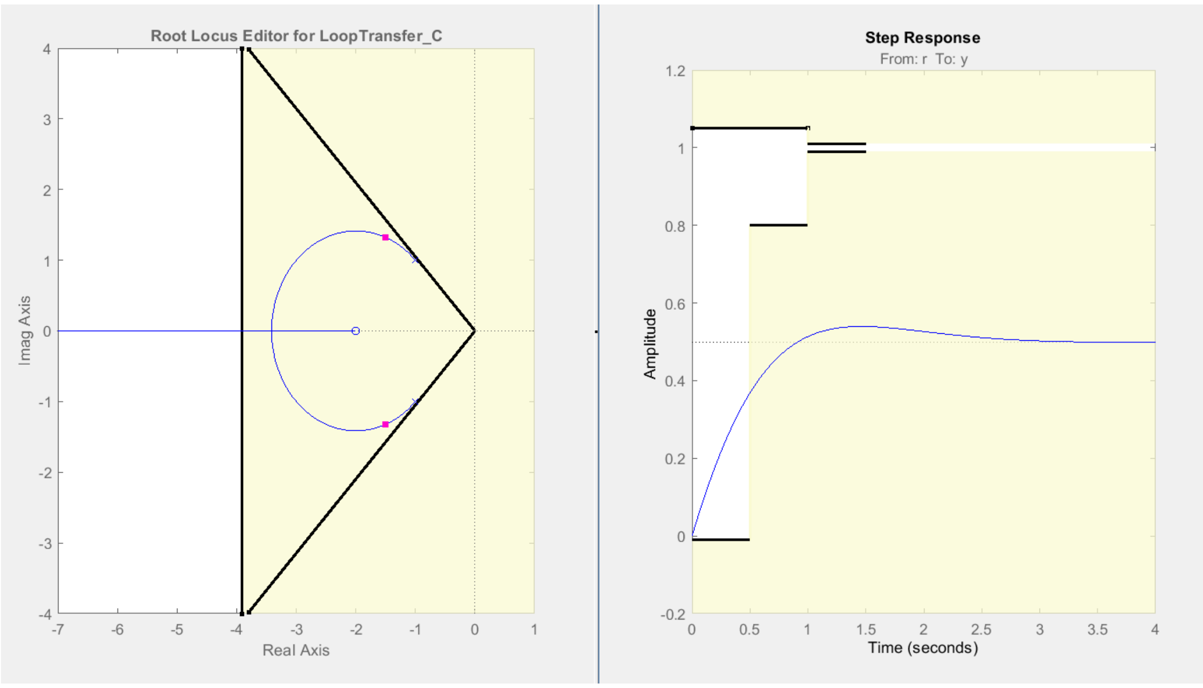
$$M_p \leq 6\%$$

$$T_s \leq 1\ sec$$

$$ess = 0$$

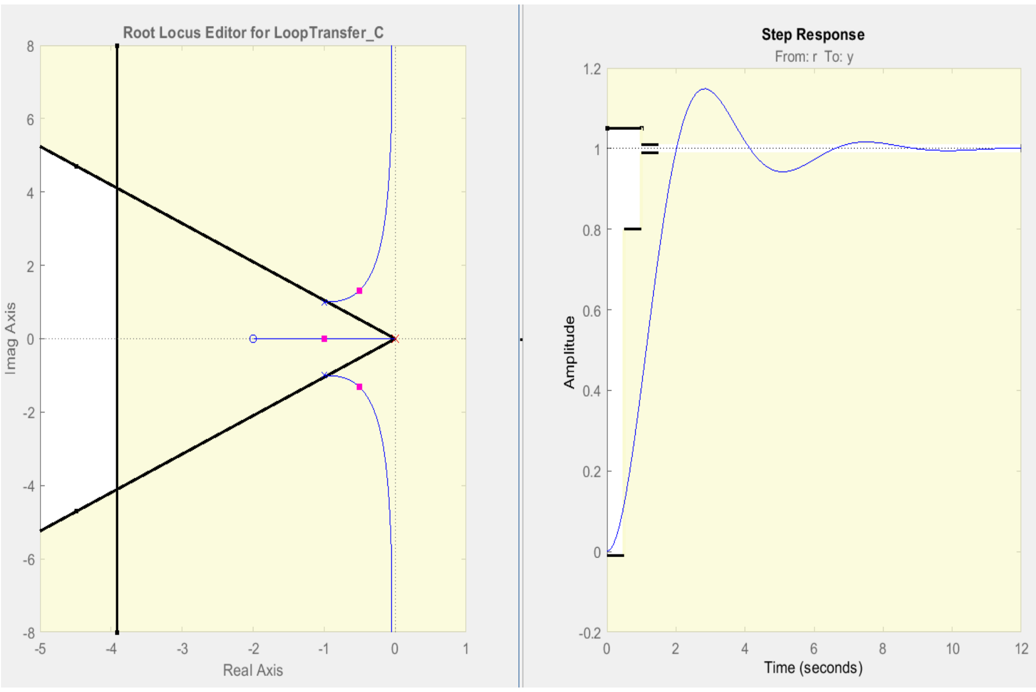
الحل:

بعد إدخال النظام إلى ماتلاب: و إدخال المواصفات المطلوبة:

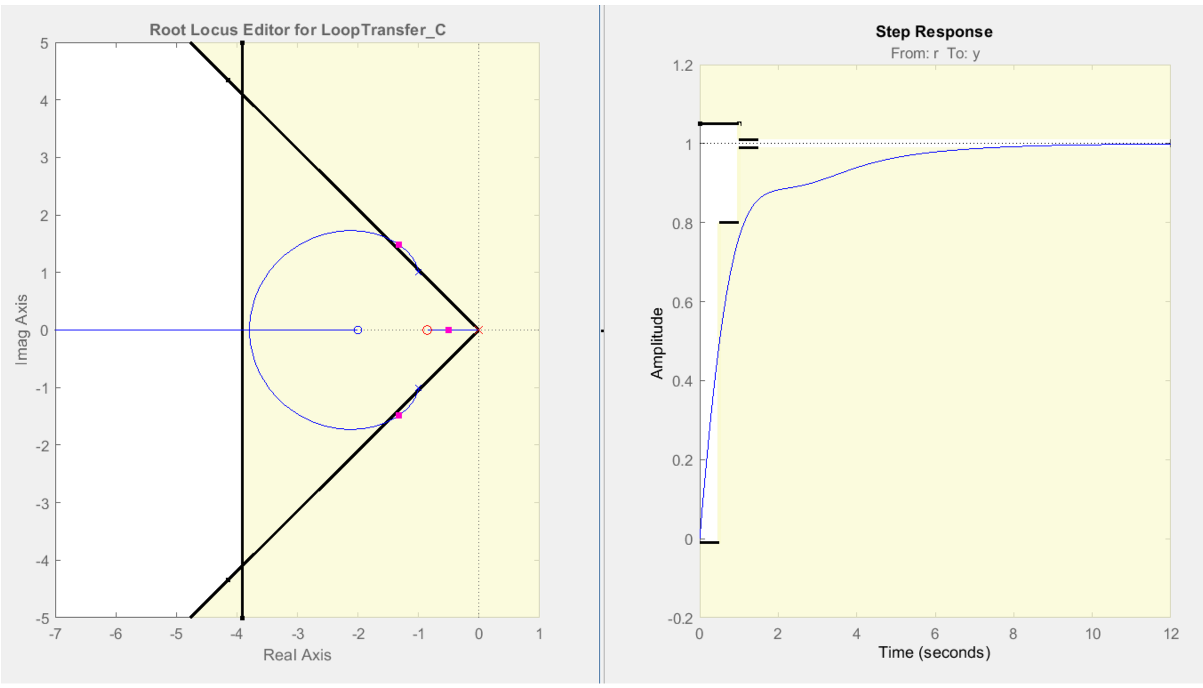


كما نلاحظ من الشكل أعلاه أن النظام غير محقق لأي شرط من الشروط المطلوبة.

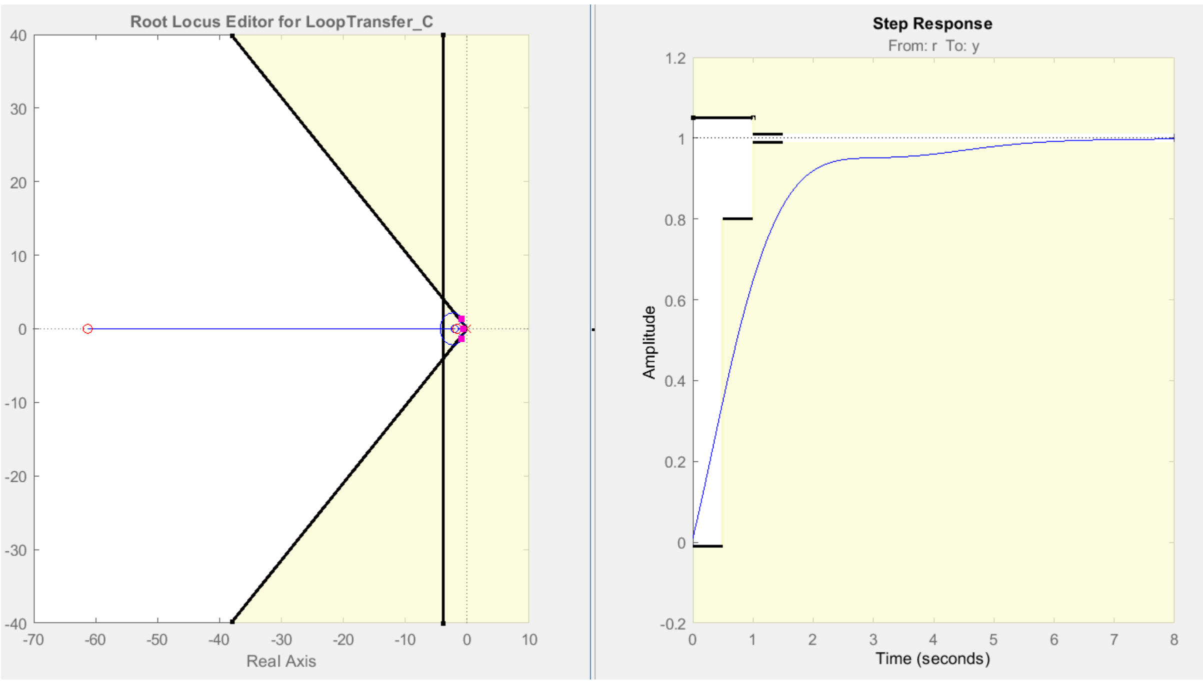
- نقوم أولاً بإلغاء الخطأ عند الاستقرار وذلك بإضافة قطب في المبدأ وصفر قريب منه (متحكم piكما تعمنا سابقاً).

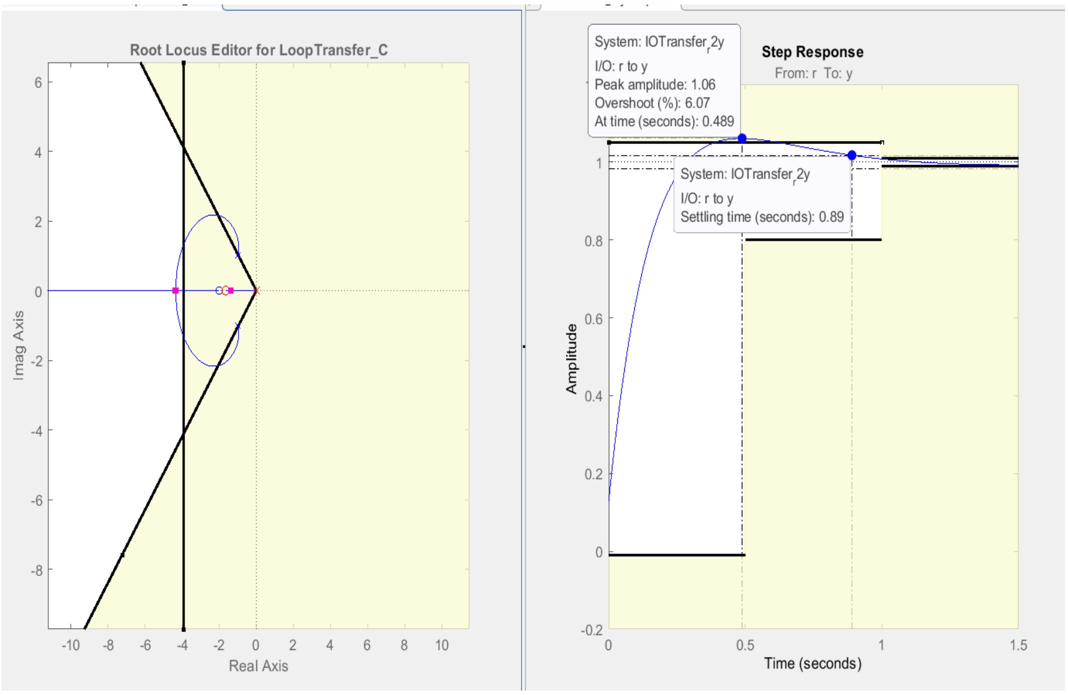


نلاحظ من الشكل أعلاه أنه بعد إضافة القطب في المبدأ (المكامل) ذهب الخطأ عند الاستقرار إلى الصفر ولكن بالمقابل انزاح مسار الجذور نحو اليمين إي ابتعد أكثر عن المنطقة المسموحة (لذلك نقوم بإضافة صفر قريب من المبدأ لإلغاء تأثير القطب المضاف على مواصفات الاستجابة وهذا ما مر معنا سابقاً في تصميم المتحكم pi).



نلاحظ من الشكل أعلاه أنه تم تحقيق قيمة الخطأ عند الاستقرار المطلوبة لكن باقي المواصفات لم تتحقق بعد حيث يجب أن يتم إزاحة مسار الجذور نحو اليسار (إلى المنطقة المسموحة) والإزاحة نحو اليسار تتم بإضافة صفر حقيقي (متحكم PD).





كما نلاحظ من الشكل أعلاه أنه تم تحقيق المواصفات المطلوبة بإضافة قطب وصفرين حقيقيين (متحكم PID).

ويكون تابع نقل المتحكم كالتالي:

▼ Preview

```
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 0
Value:
  0.14716 (s+1.65) (s+61.28)
  --------------------------
              s
```

وتكون ثوابت المتحكم كما يلي

$G(s) = 9.26(1 + \frac{1}{62.93}s + \frac{1.6}{s})$ وبالمقارنة مع الشكل العام للمتحكم (pid)

$G(s) = k_p(1 + T_d s + \frac{1}{T_i}s)$ وبالتالي تكون ثوابت المتحكم هي:

$$k_p = 9.26$$

$$T_d = \frac{1}{62.93}$$

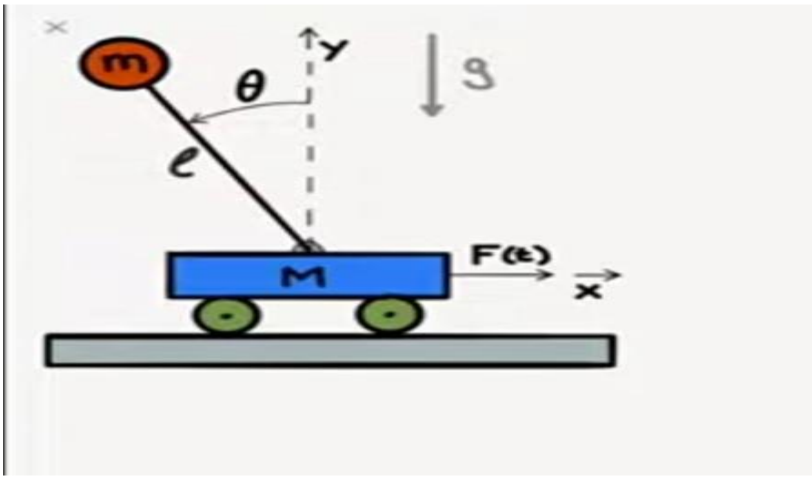
$$T_i = 1.6$$

الاستنتاجات:

- متحكم ال (pid) هو دمج للمتحكمين (pi) و(pd) .
- عند تصميم ال (pid) نقوم بإضافة قطب في المبدأ وصفر قريب منه لإلغاء الخطأ عند الاستقرار(pi).
للحصول على المواصفات المطلوبة الأخرى نقوم بإضافة صفر حقيقي آخر (متحكم pd) وبالتالي لتصميم ال (pid) نقوم دوماً بإضافة قطب في المبدأ وصفرين حقيقيين.
- يستخدم المتحكم (pid) لإلغاء الخطأ عند الاستقرار وللحصول على مواصفات استجابة زمنية معينة.

مثال:

لدينا نظام (inverted pendulum on a cart) (self balancing robot) حيث تعطى المعادلات الخطية الواصفة له:



(سنتناول لاحقاً تحويل المعادلات اللاخطية الواصفة له إلى معادلات خطية وسنصمم نظام تحكم له بالتغذية العكسية بمتغيرات الحالة)

$$F = (M + m)x'' + ml\theta''$$

$$mlx'' + ml^2\theta'' - mgl\theta = 0$$

والمطلوب:

صمم متحكم (pid) للتحكم بزاوية انحراف الروبوت إذا علمت أن:

M=1 Kg , m=0.2Kg l=0.5m g=9.8 m/s^2

الحل:

نوجد تابع النقل بحيث يكون الدخل هو القوة المطبقة والخرج هو زاوية انحراف الروبوت :

نجري تحويل لابلاس على المعادلات:

$$F(s) = (M + m)s^2x(s) + mls^2\theta(s)$$

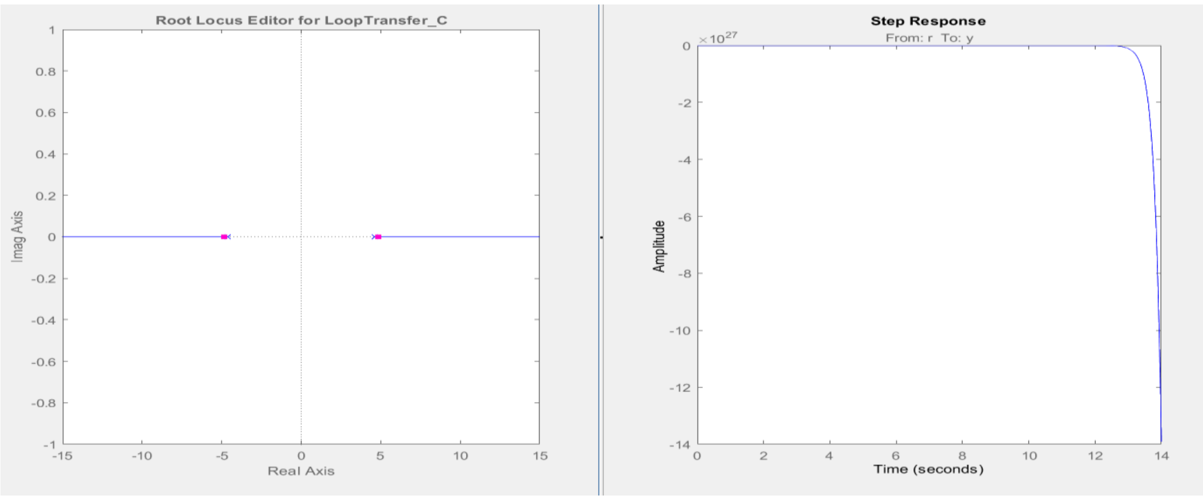
$$mls^2x(s) + ml^2s^2\theta(s) - mgl\theta(s) = 0$$

نستخرج قيمة ((x(s)) من المعادلة الثانية ونعوضها في الأولى فينتج لدينا تابع النقل التالي:

$$G(s) = \frac{ml}{(m^2*l^2-(m+M)ml^2)s^2+(m+M)mgl}$$

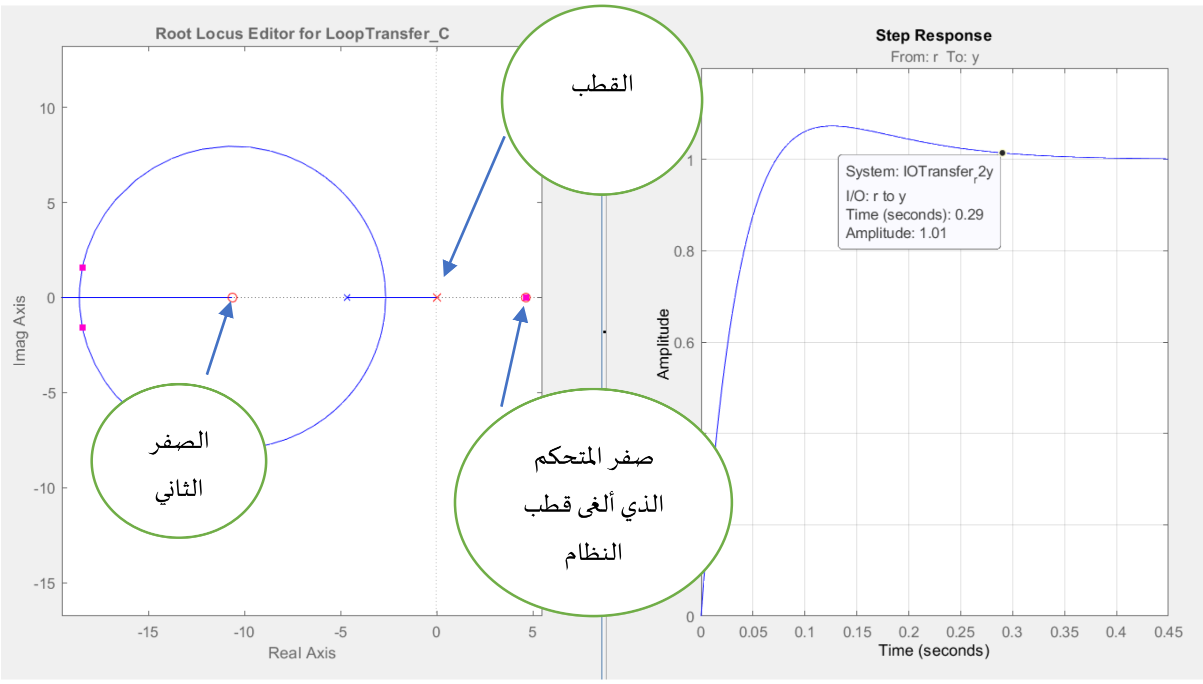
```
M=1;
m=0.1;
l=0.5;
g=9.8;
s=tf('s');
d=(m*l)/((m^2*l^2-(m+M)*m*l^2)*s^2+(m+M)*m*g*l)
```

بالدخول إلى (control system designer).



كما نلاحظ أن النظام يمتلك قطباً في اليمين ولذلك يبدي استجابة غير مستقرة.

في تصميم ال(pid) نضيف قطبا" في المبدأ وصفرين (لذلك نضيف قطباً في المبدأ وصفر يلغي القطب الموجود في الجهة اليمينى ثم نضيف صفراً للحصول على المواصفات المرغوبة.)



ويكون تابع نقل المتحكم:

```
▾ Preview
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 0
Value:
  -16.106 (s-4.643) (s+10.62)
  ---------------------------
              s
```

وبالمقارنة مع الشكل العام لمتحكم ال pid:

$$G(s) = k_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$$

$$G(s) = -96(1 + \frac{s}{6} - \frac{47}{6s})$$

وبالتالي تكون قيم الثوابت: $k_p = -96$, $T_d = \frac{1}{6}$, $T_i = \frac{-6}{47}$

مثال:

نريد تصميم نظام تحكم خاص بفرامل السيارة (للتحكم بالإزاحة) والمطلوب:

1. أوجد المعادلات التفاضلية الخاصة بها.

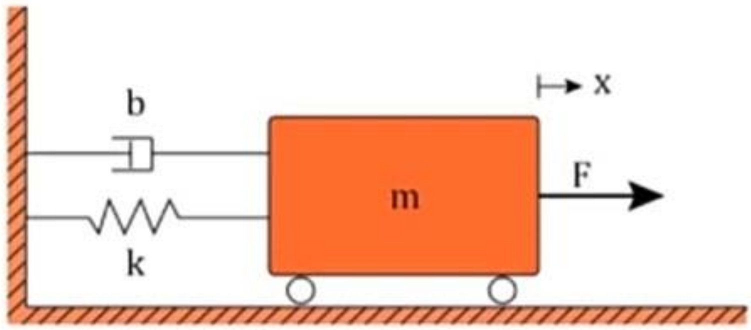
2. أنجز عملية التحكم باستخدام متحكم (pid).

علماً أن كتلة الفرامل m=0.5 Kg

ثابت تخميد زيت الفرامل b=0.01

ثابت صلابة النابض المرتبط الذي يعيد دواسة الفرامل إلى مكانها. k=1

الحل: يمكن تمثيل نظام الفرامل ككتلة مربوطة مع نابض ومخمد



وبتطبيق قانون نيوتن:

$$F = m * x'' + b * x' + k * x$$

بإجراء تحويل لابلاس ينتج لدينا:

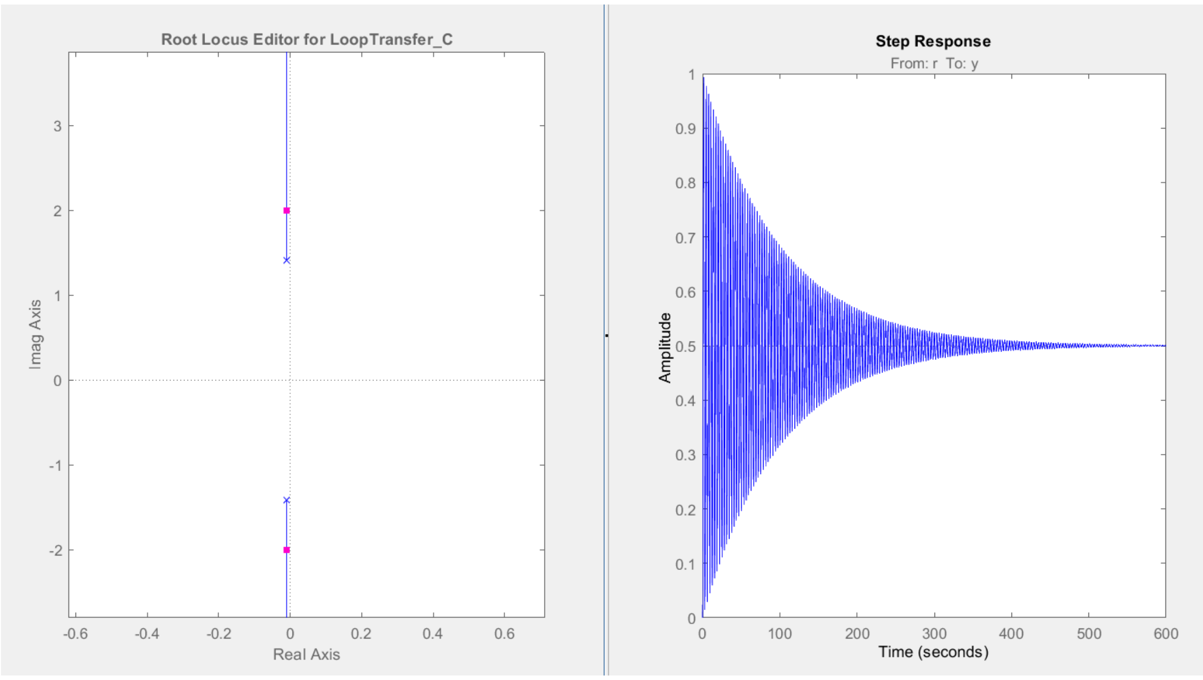
$$F(s) = m * s^2 * x(s) + b * s * x(s) + k * x(s)$$

ينتج لدينا تابع النقل:

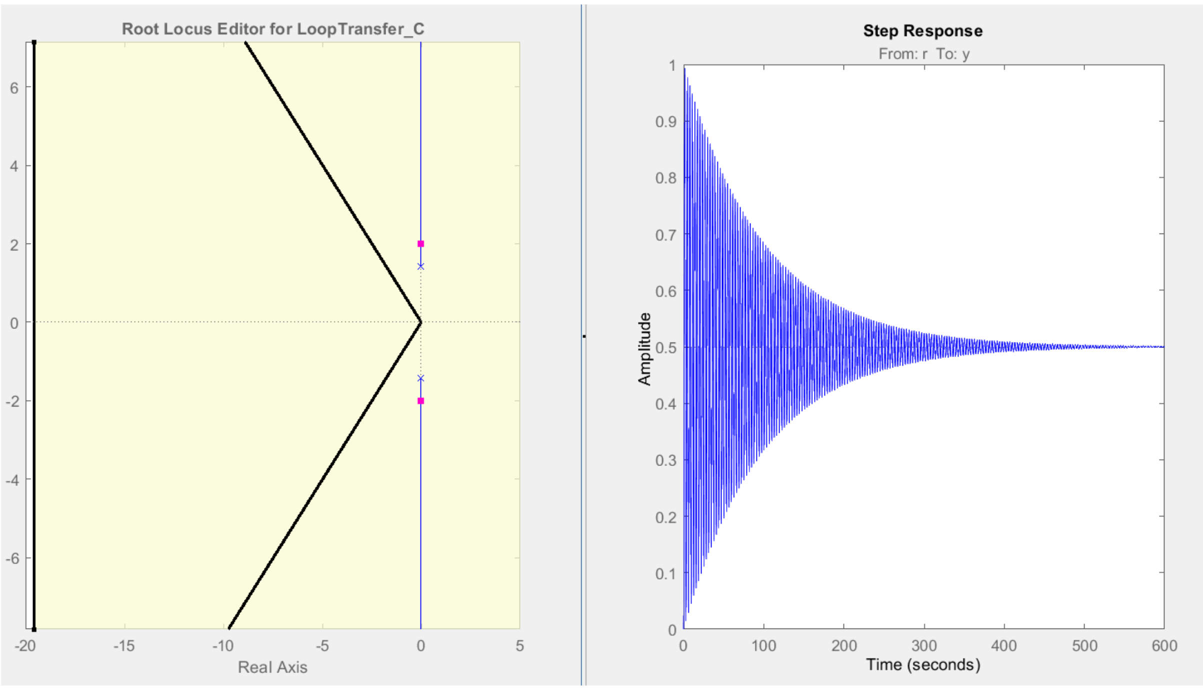
$$G(s) = \frac{x(s)}{F(s)} = \frac{1}{m*s^2+b*s+k}$$

```
m=0.5;
b=0.01;
k=1;
s=tf('s');
g=1/(m*s^2+b*s+k)
```

بعد الدخول إلى (control system designer):

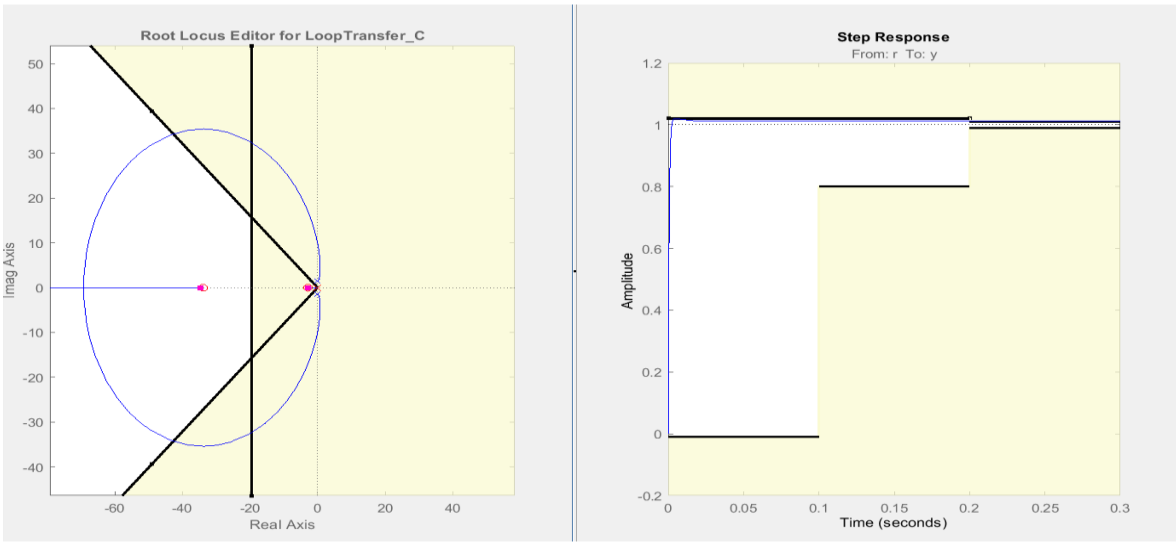


كما نلاحظ من مسار الجذور أن النظام مستقر ولكنه يهتز كثيراً حتي يستقر لذلك فهو غير فعال ويحتاج إلى عملية تحكم:



أضفنا المواصفات المطلوبة وهي:

$T_s = 0.2\,\text{sec} \quad M_p = 2\%$



اضفنا قطب في المبدأ وصفرين حقيقيين (pid) فحصلنا على استجابة مستقرة ومحققة للمواصفات المطلوبة.

وهذا هو تابع النقل المحقق للمواصفات المطلوبة.

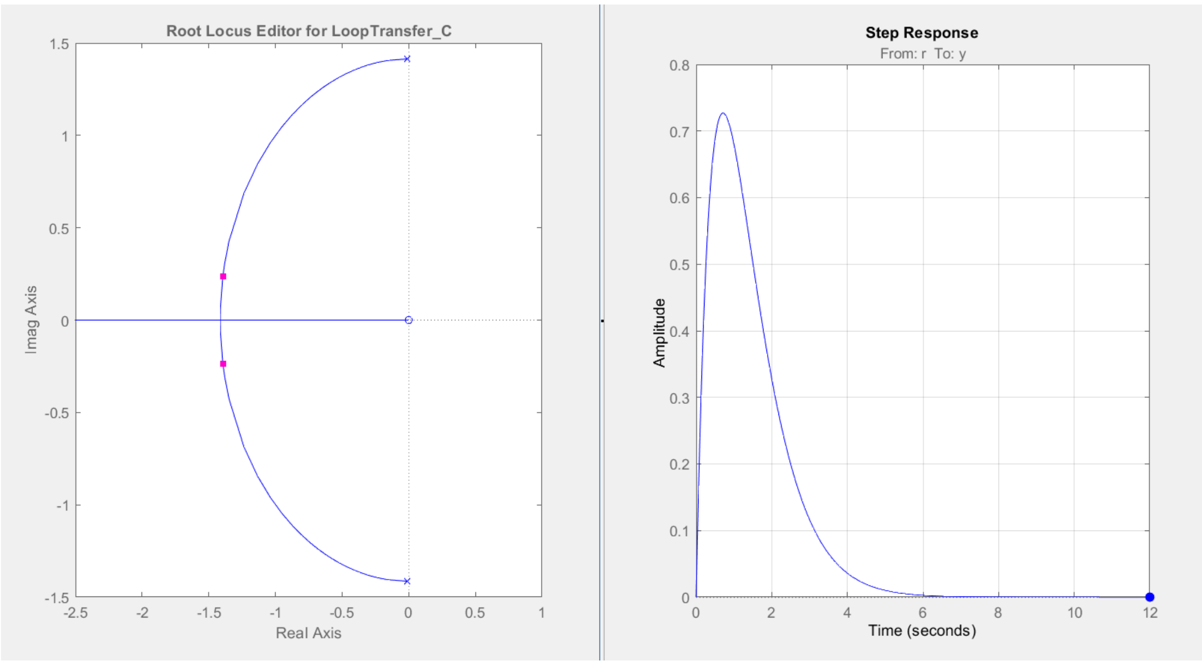
```
'unable Block
Jame: C
'ample Time: 0
'alue:
  834.71 (s+2.867) (s+33.87)
  --------------------------
              s
```

- صمم متحكم للتحكم بسرعة الدواسة.

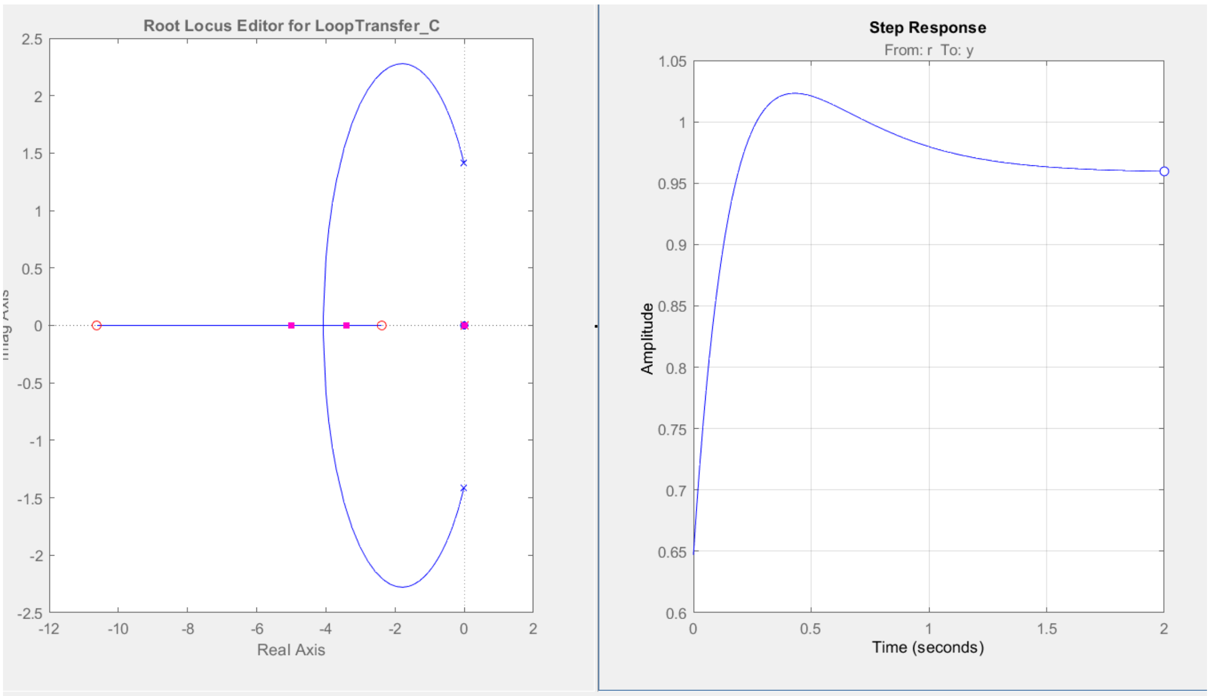
عندما نريد التحكم بسرعة الدواسة يصبح تابع النقل :

$$G(s) = \frac{s}{m*s^2+b*s+k}$$

```
m=0.5;
b=0.01;
k=1;
s=tf('s');
g=s/(m*s^2+b*s+k)
```



استجابة النظام مستقرة لكنها لا تتبع القيمة المرغوبة (لذلك نضيف قطباً في المبدأ مع صفرين حقيقيين فنحصل على الاستجابة الزمنية الموضحة أدناه).



ويكون تابع نقل ال (pid) هو:

```
▼ Preview
Tunable Block
Name: C
Sample Time: 0
Value:
  3.0629 (s+3.578) (s+8.661)
  --------------------------
              s
```

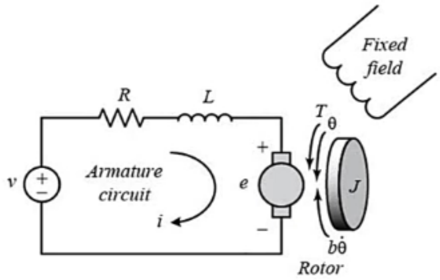
سؤال:

لازال لدينا خطأ عند الاستقرار مع العلم أضفنا مكامل إلى النظام.. ماالسبب؟؟ كيف يمكن إزالته ؟

مثال غير محلول:

صمم متحكم (pid) للتحكم بسرعة محرك (dc) باستخدام (control system designer)علماً أنه لدينا البارامترات :

Parameters	Symbol	Values/ Units
Moment of Inertia of the Rotor	J	$0.022\ K_g m^2$
Motor Viscous Friction Constant	b	$0.5 \times 10^{-3}\ \mathrm{N.m}/(\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{sec}})$
Electromotive Force Constant	K_e	$1.2\ \mathrm{v}/(\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{sec}})$
Motor Torque Constant	K_t	$1.2\ \mathrm{N.m/Amp}$
Electric Resistance	R	2.45Ω
Electric Inductance	L	0.035 mH



التحكم بالأنظمة التي ليست ذات طور أدنى(non minimum phase systems)

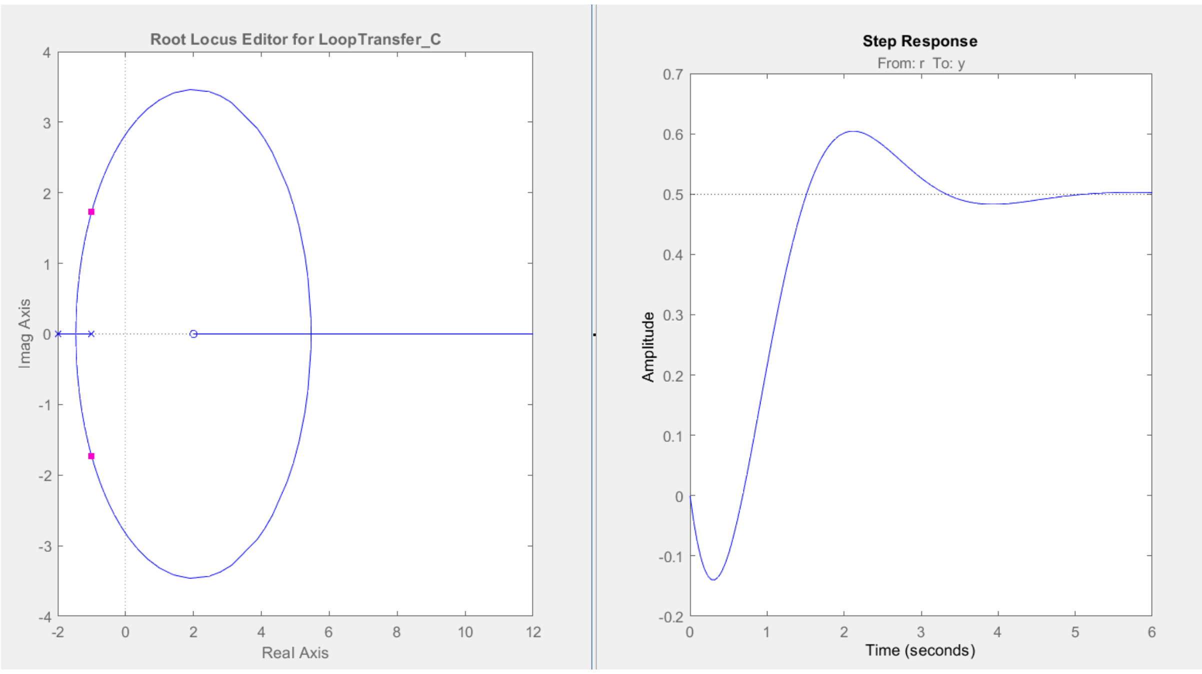
مثال:

لدينا نظام له تابع النقل التالي:

$$G(s) = \frac{-s+2}{s^2+2s+3}$$ والمطلوب:

تصميم متحكم بحيث نحصل مواصفات مقبولة لهذا النظام. (افترض ما تراه مناسباً).

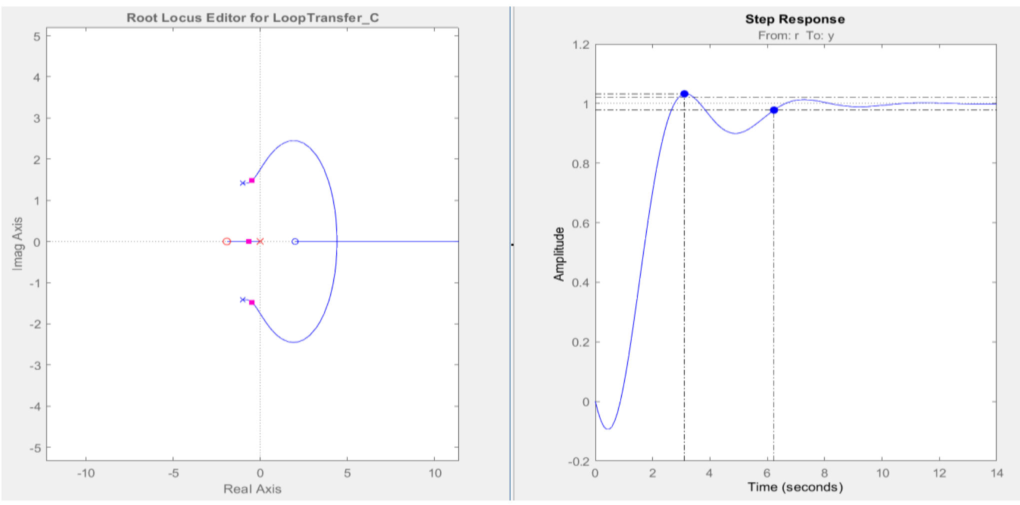
الحل:



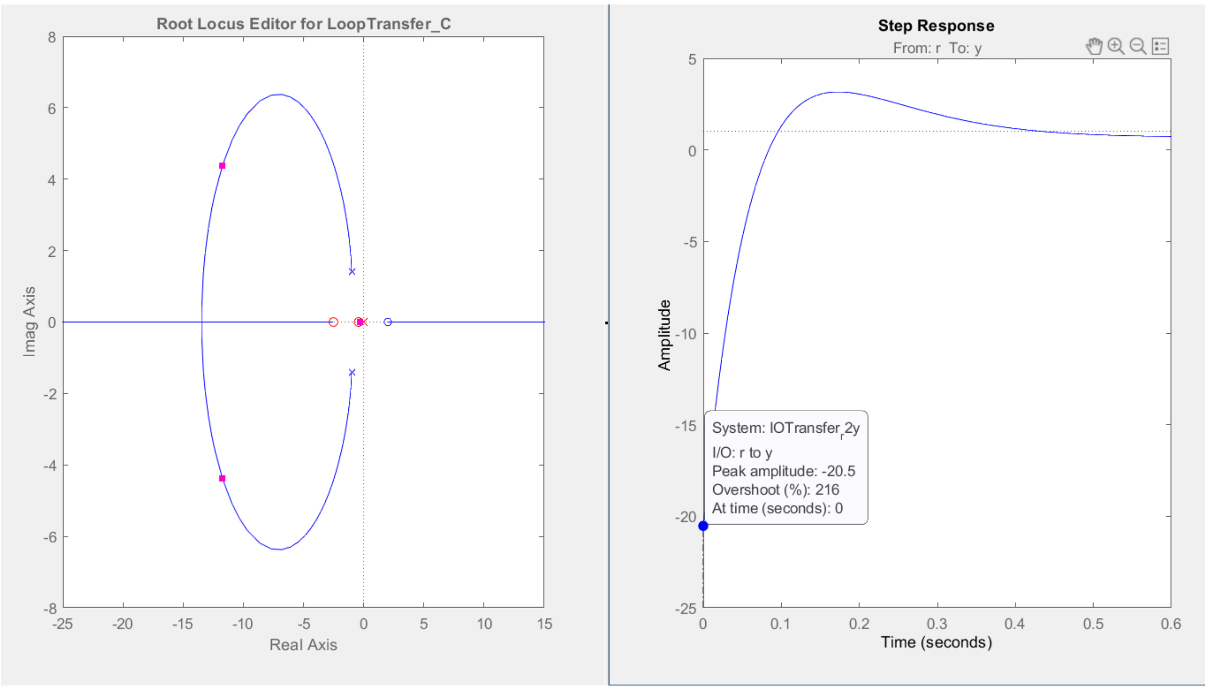
كما نلاحظ من الشكل أعلاه الذي يوضح الاستجابة الزمنية للنظام مع مسار الجذور:

- ذهب النظام أولاً في الاتجاه المعاكس ثم سار في الاتجاه الصحيح.
- يقع معظم مسار الجذور في الجهة اليمنى من المستوي (يبدأ من اليسار ويذهب باتجاه اليمين) لذلك فإنه كلما ازدادت قيمة (k) يقل استقرار النظام وعند قيمة معينة سيذهب نحو عدم الاستقرار لذلك من الواضح أن النظام سيكون بطيئاً من أجل أن يكون مستقراً (لأن مسار الجذور يقع في الجهة اليسرى من المستوي عند قيم صغيرة ل k ويذهب نحو اليمين مع زيادة قيم k)

لتصميم متحكم مناسب كما نرى بداية أنه لدينا خطأ عند الاستقرار لذلك سنزيله بإضافة المتحكم (التناسبي_ التكاملي).



نلاحظ أن الخطأ عند الاستقرار سجل قيمة صفرية. ولتحسين مواصفات الاستجابة العابرة نقوم بإضافة صفر حقيقي لإزاحة المحل الهندسي نحو اليسار.

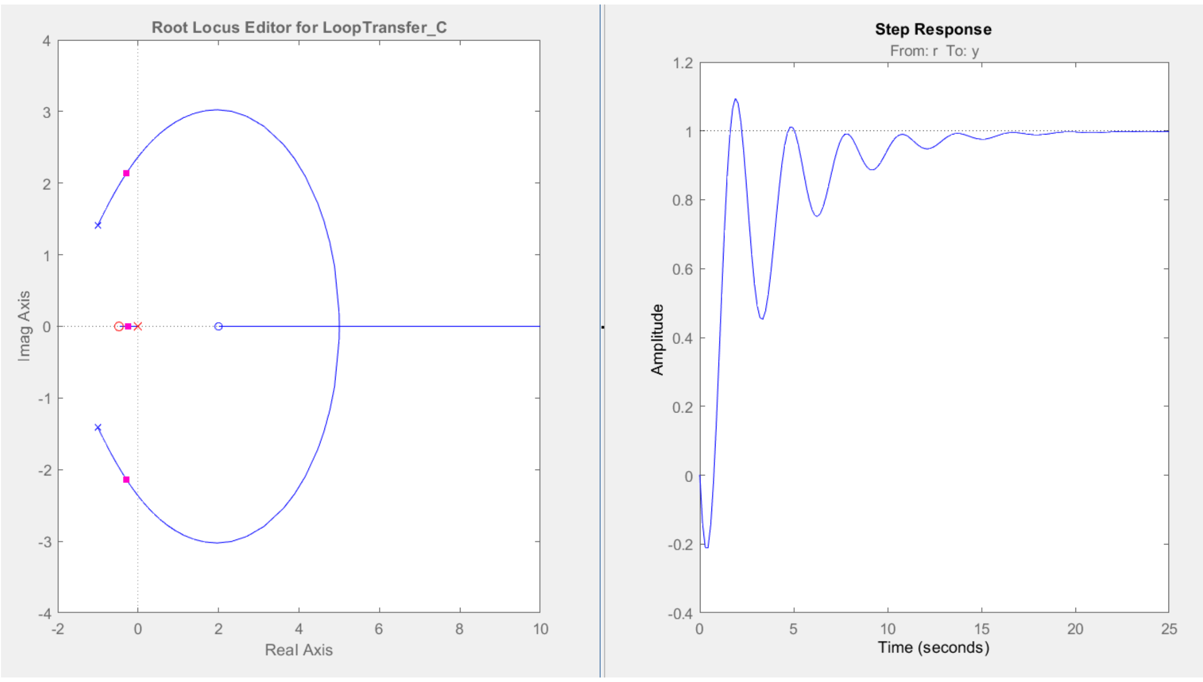


كما نلاحظ من الشكل أعلاه :

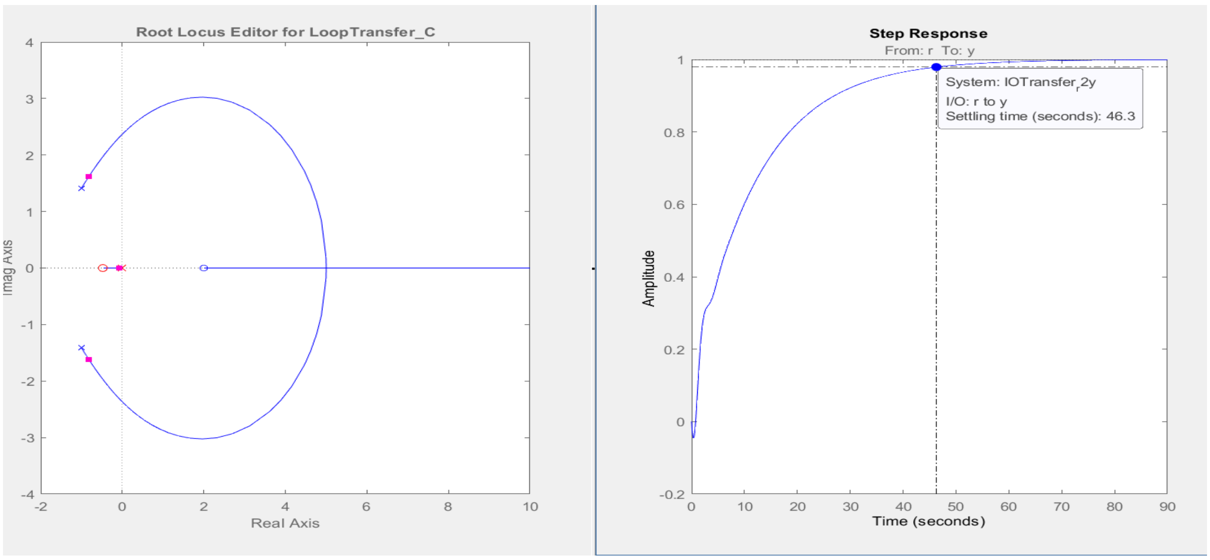
- المحل الهندسي أصبح بالكامل في الجهة اليسارية من المستوي والاستجابة مستقرة .
- النظام ذهب بالاتجاه المعاكس أولاً بشكل أكبر أي أصبح لدينا (under shoot) مقداره (-20%) عند قيمة ربح معينة ومع ازدياد قيمة الربح ستزداد قيمة ال (under shoot) .
- يذهب النظام في الاتجاه المعاكس بمقدار أكبر وهذا غير جيد لذلك فإن إضافة هذا الصفر (التناسبي_ التفاضلي) غير جيد بالنسبة لهذا النظام. وسيكون من المفضل ضبط الكسب عند قيم منخفضة له لتجنب حدوث هذا التجاوز العكسي .
- إن إضافة المتحكم (التناسبي_التفاضلي) لا يعطي أي فائدة للنظام . لذلك سنكتفي بالمتحكم التناسبي التكاملي ونقوم بضبط الربح المناسب.

ملاحظة هامة جداً:

لا تفكر عند تصميم وحدة التحكم لنظام ليس ذو طور أدنى بإلغاء الصفر الموجود في الجهة اليمينية بإضافة قطب مماثل له لأنك في هذه الحالة تقوم بتصميم وحدة تحكم غير مستقرة أساساً (ستعطي أوامر لانهائية من التحكم).



الشكل أعلاه يوضح الاستجابة الزمنية للنظام عند قيمة كسب (k=1.1681). ومنه نلاحظ ارتفاع وهبوط الطائرة عدة مرات قبل وصولها إلى الارتفاع المطلوب.



الشكل أعلاه يوضح الاستجابة الزمنية عند قيمة (0.28). حيث وصلت الطائرة بشكل سلس إلى الارتفاع المطلوب ومقدار الانخفاض في البداية أصبح بسيطاً ولكن زمن الاستقرار أصبح أكبر.

الاستنتاجات:

- الأنظمة التي ليست ذات طور أدنى هي الأنظمة التي تحتوي على صفر واحد في اليمين على الأقل.
- النظام الذي ليس ذو طور أدنى يعمل أولاً في الاتجاه المعاكس ثم يعمل في الاتجاه الصحيح.

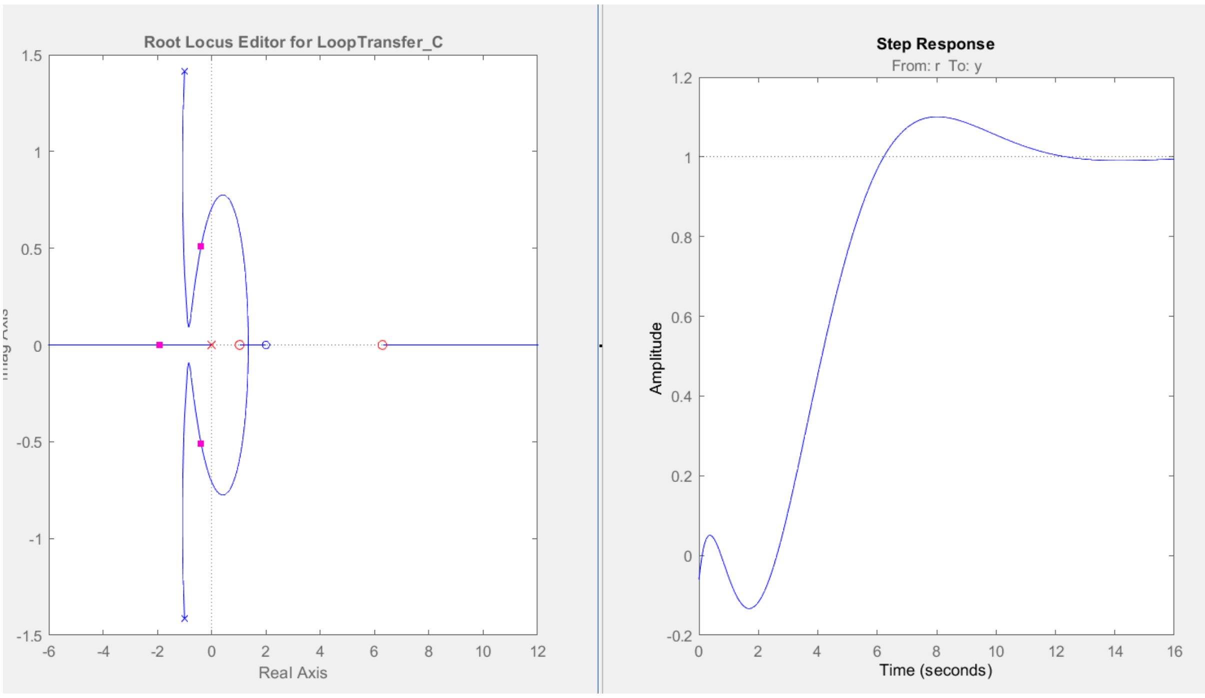
- قيادة النظام الذي ليس ذو طور أدنى عند قيم منخفضة ل (k) سيكون أفضل من أجل الاستقرار ولو كان على حساب سرعة النظام (زمن الاستقرار كان بحدود 46 ثانية).

يوجد لدينا العديد من الأمثلة حول (non minimum phase systems):

- الطائرة هي نظام ليس ذو طور أدنى.
- جملة (العربة المعلق بداخلها نواس (pendulum)) (تعتمد العربة في حركتها على الطاقة الميكانيكية التي يقدمها النواس).

وظيفة:

- وضح رياضياً سبب عمل النظام في الاتجاه المعاكس أولاً ثم عمله في الاتجاه الصحيح.
- قمنا بإضافة صفر إضافي إلى النظام في الجهة اليمنى فحصلنا على الاستجابة الزمنية التالية. والمطلوب تفسير تغيير النظام لاتجاه عمله عدة مرات كما هو موضح في الشكل.



- اذكر مثالاً آخر عن نظام ليس ذو طور أدنى ووضح انه يعمل في الاتجاه المعاكس قبل أن يعمل في الاتجاه الصحيح.

الجلسة الخامسة:

الانتقال من المستوي (S) إلى المستوي (Z):

يوجد لدينا عدة طرق للانتقال من المستوي (S) إلى المستوي (Z) أكثرها استخداماً:

1. باستخدام الماسك الصفري.
2. باستخدام الماسك من الدرجة الأولى.
3. باستخدام التحويل ثنائي الخطية (Tustin).

مثال:

أوجد تحويل Z للنظام التالي :

$$G(s) = \frac{1}{s^2+3s+2}$$

باستخدام الطرق الثلاث السابقة.

1. باستخدام الماسك الصفري.

```
Num=[1];

Den=[1 3 2];

G=tf(num,den);

Gz1=c2d(g,0.1,'zoh');
```

```
z + 0.004097 0.004528
----------------------
z^2 - 1.724 z + 0.7408
```

2. باستخدام الماسك من الدرجة الأولى:

```
Gz2=c2d(g,0.1,'foh');
```

```
z^2 + 0.005746 z + 0.001332 0.001547
------------------------------------
z^2 - 1.724 z + 0.7408
```

3. باستخدام التحويل الثنائي (TUSTIN)

Gz3=c2d(g,0.1,'tustin');

z^2 + 0.004329 z + 0.002165 0.002165

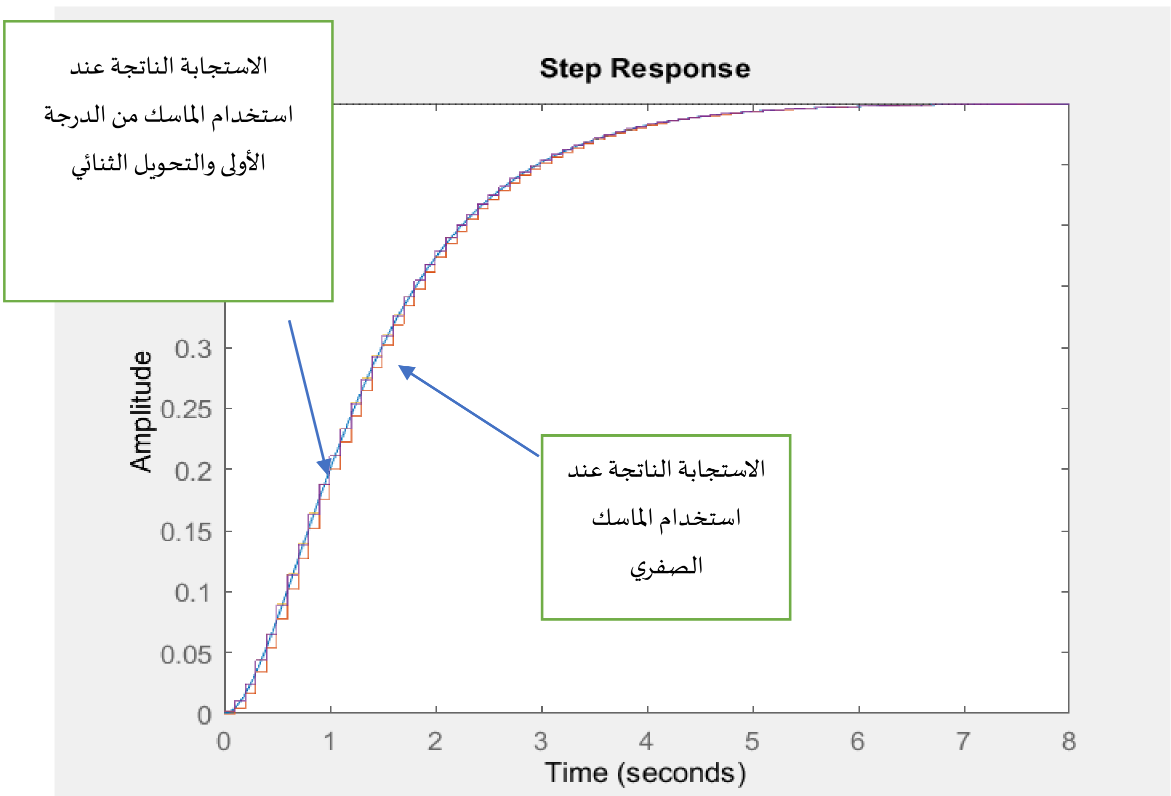
----

z^2 - 1.723 z + 0.7403

الاستجابة الزمنية في المستوي (Z):

- مطلوب رسم الاستجابة الزمنية للنظام السابق (G) والاستجابة الزمنية للأنظمة Gz1,Gz2,Gz3.

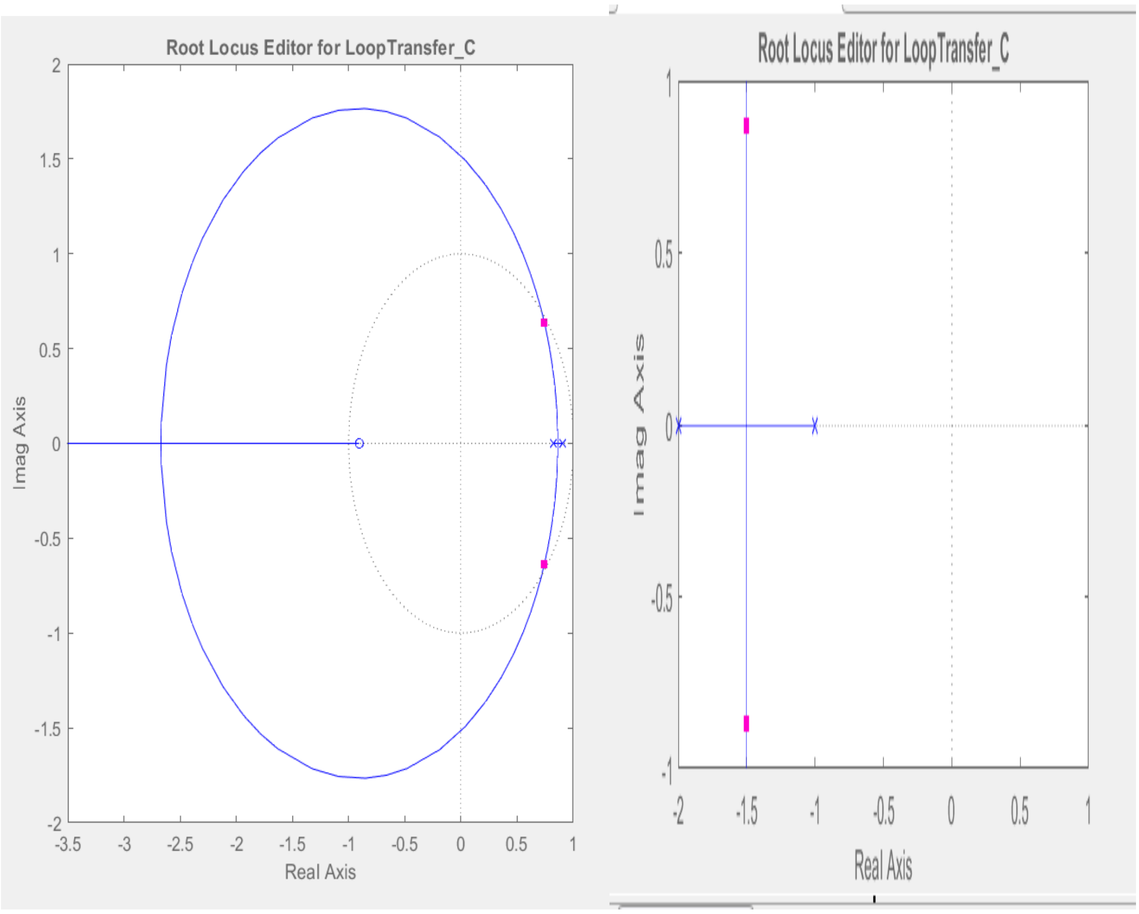
```
Step(g);
Hold on
Step (gz1)
Hold on
Step(gz2)
Hold on
Step (gz3)
```



نلاحظ من الاستجابة أعلاه أننا حصلنا على استجابة قريبة من استجابة النظام الحقيقي باستخدام طرق المسك الثلاثة.

مسار الجذور للأنظمة الرقمية ومقارنتها مع مسار الجذور للأنظمة المستمرة:

- ارسم مسار الجذور للنظام التالي في المستوي (s) والمستوي (z) ثم قارن بينهما.



من مقارنة مسار الجذور بين النظامين (المستمر والمتقطع):

1. الفاصل بين الاستقرار وعدمه في الأنظمة المستمرة هو المحور التخيلي.
2. الفاصل بين الاستقرار وعدمه في الأنظمة المتقطعة هو الدائرة الواحدية.

أي أن المحور التخيلي في مستوي لابلاس يقابله الدائرة الواحدية في مستوي Z.

أي أن الأصفار والأقطاب التي تقع علي يسار المحور التخيلي يقابلها قيم تقع ضمن الدائرة الواحدية.

والأصفار والأقطاب التي تقع على يمين المحور التخيلي يقابلها قيم تقع خارج الدائرة الواحدية.

ونقاط تقاطع مسار الجذور مع المحور التخيلي في مستوي لابلاس يقابلها نقاط تقاطع مسار الجذور مع الدائرة الواحدية.

3. يشير مسار الجذور المرسوم في مستوي لابلاس إلى ان النظام المذكور يبقى مستقراً مهما كانت قيمة (K) ولا يمكن أن يذهب نحو عدم الاستقرار أو حتى أن يبدي استجابة جيبية غير متخامدة بينما يشير مسار الجذور المرسوم في المستوي (Z) إلى أن النظام يكون مستقراً عند قيم معينة ل(K) ومع زيادة (K) يذهب النظام نحو عدم الاستقرار وبالتالي يقودنا هذا إلى الاستنتاج التالي:

عند الانتقال من المستوي (S) إلى المستوي (Z) قد يصبح النظام غير مستقر ولو كان مستقراً بشكل ٍدائم في مستوي لابلاس. والسبب هنا يعود إلى التأخير الزمني الحاصل عندما ننتقل إلى المستوي (Z).

وهذا مايؤكد على أهمية احتياطي الطور في النظام (عندما يكون احتياطي الطور في النظام مناسباً فإن النظام لن يذهب نحو عدم الاستقرار).

(كيف للتاخير الزمني أن يسبب عدم استقرار في النظام؟؟)

بفرض أنك تقود سيارة ولدينا تأخير زمني يفصل بين تدوير (مقود القيادة) و(استجابة العجلة).. طالما أنت تمشي على طريق مستقيم لا يوجد أي مشكلة ولكن بفرض أنك وصلت إلى منعطف وأعطيت للعجلة أمر بالانعطاف ولكن بسبب التأخير الزمني لم تستجب العجلة مباشرةً فتقوم أنت تلقائياً بزيادة الأمر وتدوير المقود بشكلٍ أكبر وبسبب التأخير الزمني أيضاً لا تستجب العجلة وهكذا ستعطي أوامر إضافية للعجلة بالانعطاف وفي اللحظة التي تستجيب فيها العجلة تكون قد أرسلت أوامر إضافية للعجلة فتنعطف بشكل ٍأكبر من المطلوب فتحاول جاهداً مرةً أخرى لتنعطف نحو الاتجاه المعاكس (بتدوير المقود بسرعة بالجهة المعاكسة بدون فائدة) ولو انعطفت السيارة نحو الاتجاه الآخر ستعود وتقع في نفس الدوامة . وبالتالي تبقى السيارة تنعطف يميناً وشمالاً حتى ترتطم . (انهار النظام)

تصميم المتحكمات الرقمية:

نصمم أي متحكم رقمي بالاعتماد على القواعد السابقة ذاتها التي اعتمدت في تصميم المتحكمات التماثلية أي نقوم بتصميم المتحكم التماثلي ثم ننقله إلى المستوى (Z).

مثال:

لدينا متحكم له تابع النقل التالي:

$$G(s) = 3.0981\left(1 + \frac{0.7587}{s}\right)$$

والمطلوب:

1. قم بتحويل المتحكم التماثلي الذي تم تصميمه إلى متحكم رقمي.
2. استنتج معادلة المتحكم.

3. اكتب الخوارزمية اللازمة لتصميم المتحكم المذكور باستخدام أي متحكم (pic, Arduino,..).

الحل:

سنستخدم طريقة توستين للتحويل إلى المستوي الرقمي

g=3.0981*(1+(0.7587/s))

gz=c2d(g,1,'tustin')

والنتيجة هي:(تابع نقل المتحكم في المستوي Z)

z - 1.923 4.273

----

z - 1

الطلب الثاني:

تكون معادلة المتحكم:

$$\frac{C(Z)}{R(Z)} = \frac{Z-1.92}{Z-1}$$

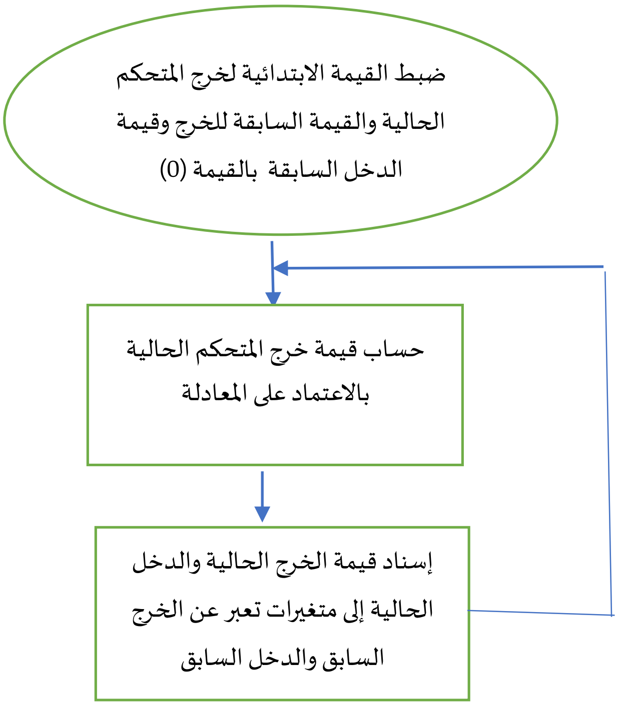
$$\frac{C(Z)}{R(Z)} = \frac{1-1.92Z^{-1}}{1-Z^{-1}}$$

$$C(Z) - C(Z) * Z^{-1} = R(Z) - 1.92Z^{-1}R(Z)$$

$$C(K) = C(K-1) + R(K) - 1.92R(K-1)$$ (معادلة الفروق للمتحكم).

أي يمكن حساب خرج المتحكم في كل لحظة بالاعتماد على الخرج السابق وقيمة الدخل الحالي والدخل السابق.

وتكون خوارزمية إنجاز المتحكم على الشكل التالي:



أي عند استخدام التحكم الرقمي لسنا بحاجة إلى استخدام التجهيزات التماثلية . هنا فقط نحول المتحكم إلى المستوي (Z) ونستنتج معادلة الفروق حتى نستطيع منها حساب خرج المتحكم في كل لحظة ثم نزود المعادلة برمجياً ضمن المتحكم المراد استخدامه (pic, plc, Arduino,.....etc).

مثال:

قم بتحويل المتحكم التالي إلى المستوي الرقمي مع كتابة معادلة الفروق له والخوارزمية:

$$G(s) = 9(1 + \frac{1}{60}s + \frac{1.6}{s})$$

الحل:

1.65z^2 + 13.8 z - 1.5

----

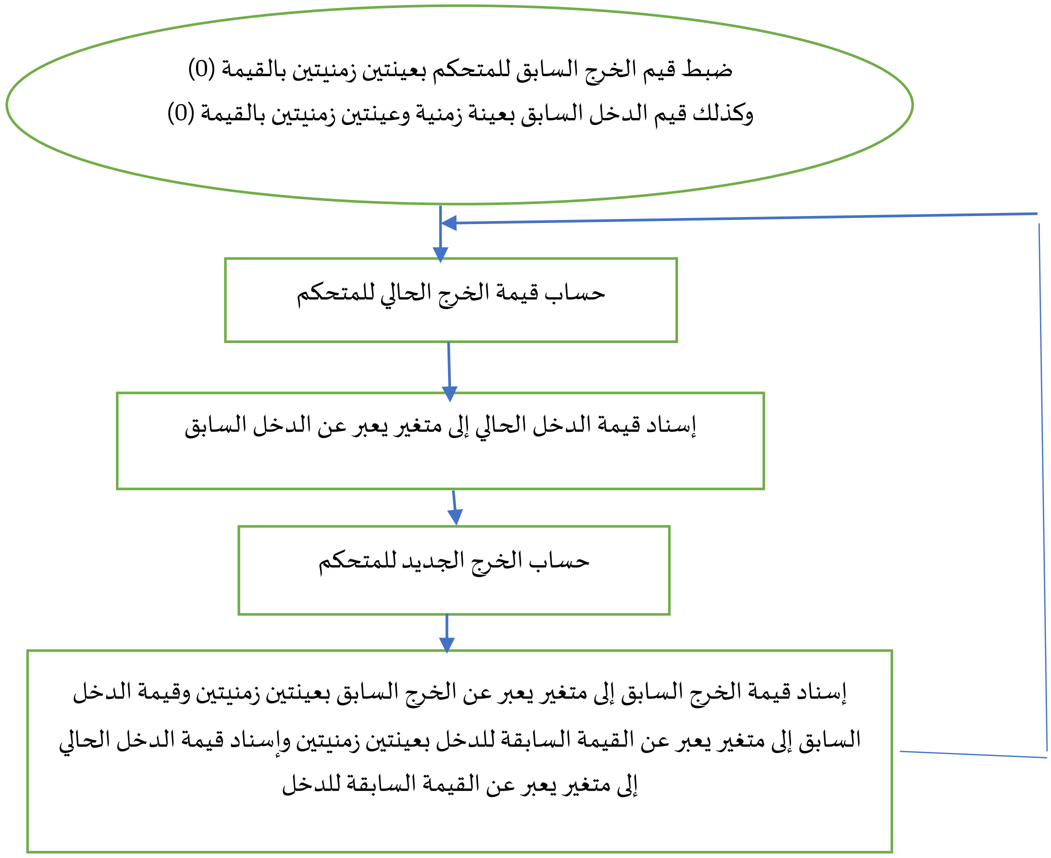
z^2 - 1

وبالتالي تكون معادلة الفروق له هي:

$$\frac{C(Z)}{R(Z)} = \frac{1.65+13.8*Z^{-1}-1.5*Z^{-2}}{1-Z^{-2}}$$

$$C(K) = C(K-2) + 1.65 * R(K) + 13.8 * R(K-1) - 1.5 * R(K-2)$$

وتكون الخوارزمية اللازمة لتنفيذ المتحكم هي:



يمكن إنجاز المتحكم (pid) رقمياً وفق التعاريف الأساسية للتكامل والاشتقاق كمايلي:

Last error=0

Errors=0

Error=set point _output

P=kp*error

I=1/Ti*(errors)

D=Td*(error-last error)

PID=P+I+D (قيمة خرج المتحكم)

Last error=error

Errors=errors+error

الاستنتاجات:

- يتميز التحكم الرقمي عن التماثلي بقلة التجهيزات المستخدمة حيث إننا نستعيض عن مكونات أي نظام تحكم بمتحكم مناسب (Arduino, pic,...etc) ونزود المتحكم بالخوارزمية المستخرجة من معادلة الفروق لحساب خرج المتحكم في أي لحظة.
- يتميز التحكم الرقمي بالمرونة أكثر من التحكم التماثلي حيث إن عملية التعديل على بنية المتحكم هي عملية برمجية لا تتطلب أي تغييرات في التجهيزات الصلبة.
- بسبب التأخير الزمني الحاصل بسبب عملية التقطيع قد يذهب النظام الرقمي نحو عدم الاستقرار إذا لم يتم اختيار قيمة زمن تقطيع مناسبة.
- تشكل معادلة الفروق حجر الأساس في بناء أي متحكم رقمي حيث نستطيع من خلالها بناء أي متحكم ومعرفة قيم خرجه في كل لحظة اعتماداً على قيم الخرج السابقة وقيم الدخل الحالية والسابقة.
- تمكننا معادلة الفروق حتى من الاستعاضة عن بعض التجهيزات الكهربائية مثل المرشحات (حيث نستطيع بناء أي مرشح ضمن المتحكم بعد إيجاد معادلة الفروق له).

وظيفة:

1. حول المتحكم التالي إلى المستوي (z) واستخرج معادلة الفروق له.

$$G(S) = 10(1 + 0.5 * S + \frac{1}{S})$$

الجلسة السادسة:

تمثيل الأنظمة في فراغ الحالة واستخدام نظرية توقيع الأقطاب:

مثال:

لدينا النظام التالي:

$$X_1' = X_2$$

$$X_2' = 2 * X_1 + 3 * X_2 + U$$

$$Y = X_1$$

والمطلوب :

1. دراسة استقرار النظام.
2. إعادة الاستقرار للنظام بالتغذية العكسية بالحالة وبحيث تكون المواصفات المرغوبة هي:

$$M_P = 20\%$$
$$T_S = 4\ sec$$

ماذا تلاحظ؟ وما التحسينات التي يمكن إضافتها؟؟

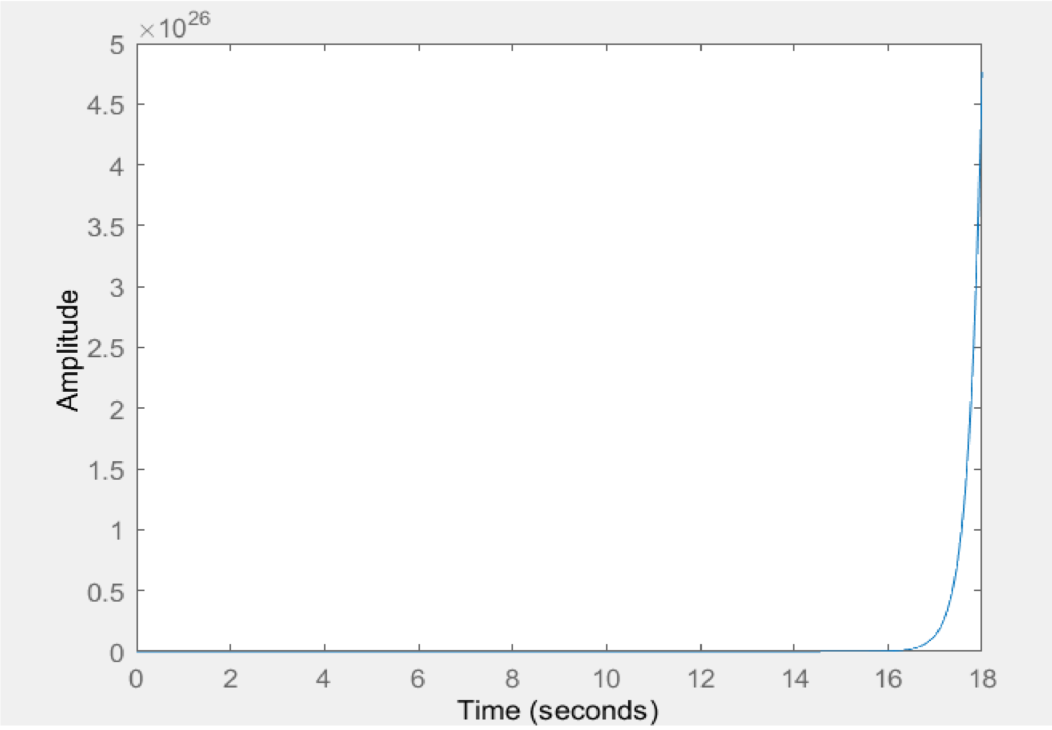
3. قم بزيادة القسم الحقيقي للأقطاب المرغوبة بمقدار 10 أضعاف. ثم قم بزيادة القسم التخيلي للأقطاب المرغوبة. ماذا تلاحظ؟
4. قارن بين قيم (k) ثوابت التغذية العكسية الناتجة لكل حالة من الحالات السابقة. ماذا تلاحظ؟

الحل:

```
A=[0   1; 2    3];

B=[0;1];

C=[1   0];

D=[0];

SYS=ss(A,B,C,D);

Eig(A)

-0.5616

3.5616
```

أحد القيم المميزة للنظام ذات قيمة موجبة وبالتالي فإن النظام غير مستقر.

```
Step(SYS)
```



من الاستجابة الزمنية أعلاه يتضح لدينا عدم استقرار النظام.

لذلك سنعيد الاستقرار للنظام بالتغذية العكسية بالحالة وبحيث نحصل على المواصفات المرغوبة.

من المواصفات المعطاة ينتج لدينا:

نسبة التخميد المطلوبة هي 0.5

التردد الطبيعي للنظام هو 2rad/sec

ومنه تكون الأقطاب المرغوبة للنظام (القيم المميزة هي):

$$-1+j*\sqrt{3} \qquad -1-j*\sqrt{3}$$

وتكون عملية توقيع الأقطاب كالتالي:

- نتأكد أولاً أن النظام قابل للتحكم بالحالة:

N=ctrb(A,B);

1 0

3 1

Rank(N);

ينتج لدينا :

Rank(N)=2 وبالتالي فإن النظام قابل للتحكم بالحالة.

- ندخل الأقطاب المرغوبة إلى النظام ونقوم بعملية توقيع الأقطاب:

P=$[-1 + j * \sqrt{3} \qquad -1 - j * \sqrt{3}]$

K=place(A,B,p)

K= 5.9929 5

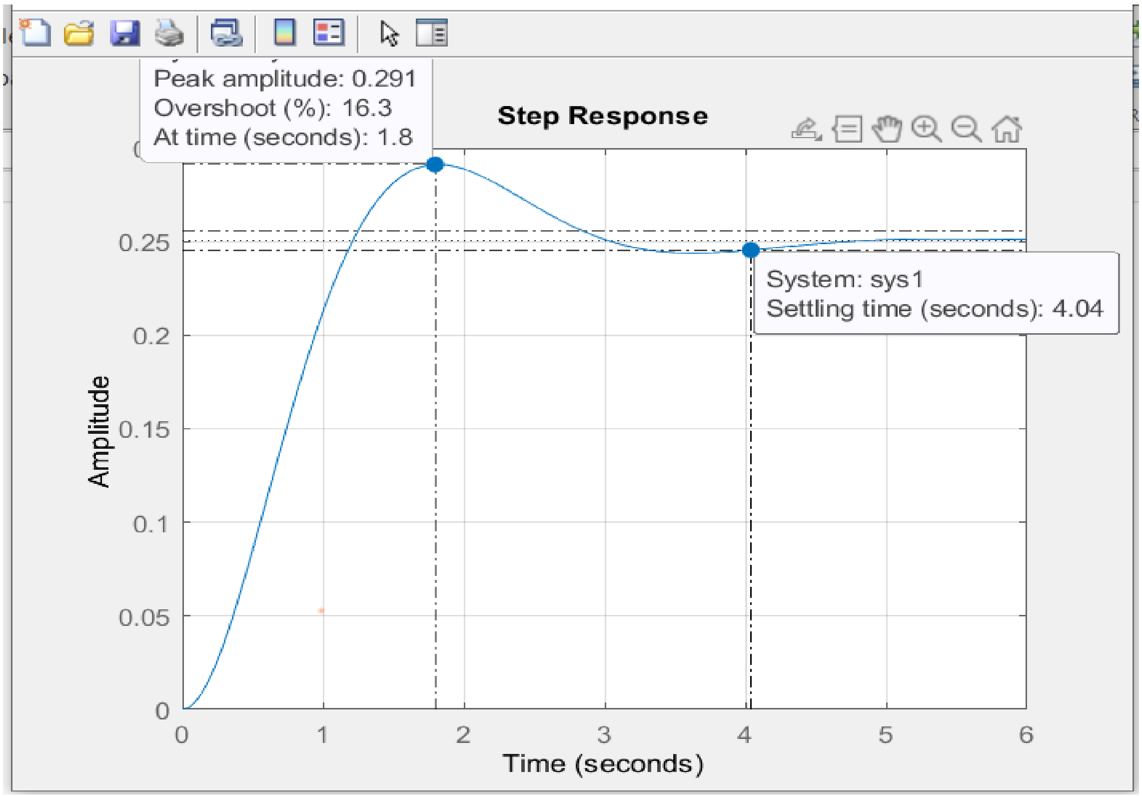
حيث تمثل قيم Kالناتجة قيم ربح مصفوفة التغذية العكسية بمتغيرات الحالة.

A1=A-B*K;

Eig (A1)

SYS1=SS(A1,B,C,D);

القيم المميزة للمصفوفة الجديدة (A1) هي نفسها الأقطاب المرغوبة للنظام.

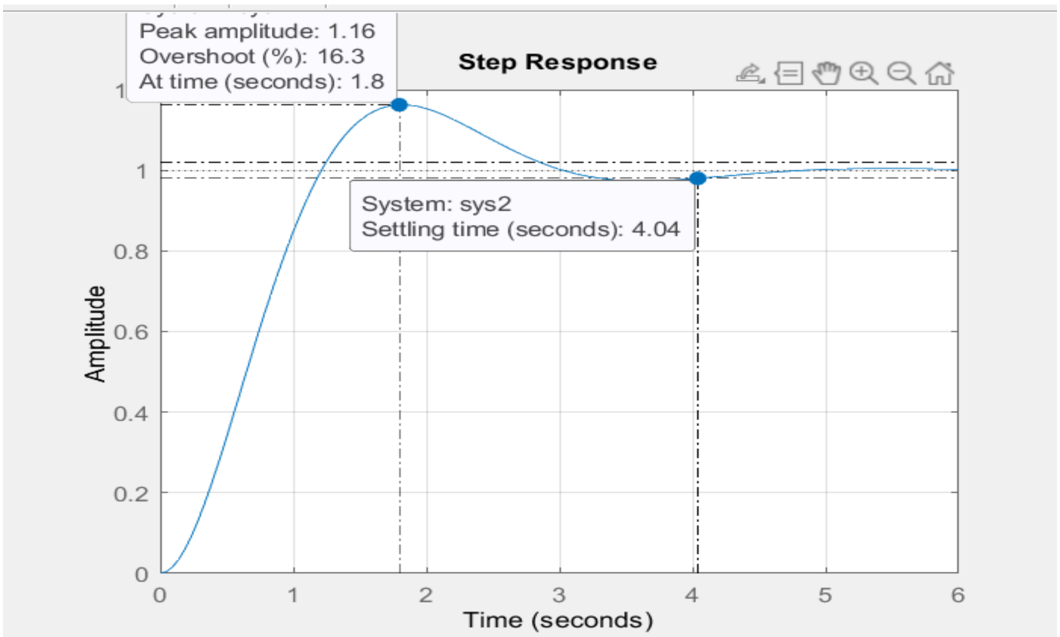


نلاحظ من الاستجابة الزمنية أعلاه ان :

- النظام أصبح نظاماً مستقراً وبنفس المواصفات المرغوبة.
- يوجد لدينا خطأ عند الاستقرار وهذه هي سيئة نظرية توقيع الأقطاب .
- تمكننا نظرية توقيع الأقطاب من الحصول على المواصفات المرغوبة أياً كانت.
- لاتتمكن هذه الطريقة من إزالة الخطأ عند الاستقرار حيث يتم إزالته بطريقتين:
  1. الضرب بالربح في المسار الأمامي (forward gain)
  2. استخدام الفعل التكاملي (integral action) (سابقاً تم استخدام المتحكم التكاملي لإزالة الخطأ عند الاستقرار).

سنستخدم الآن الطريقة الأولى لإزالة الخطأ ويتم ذلك كالتالي:

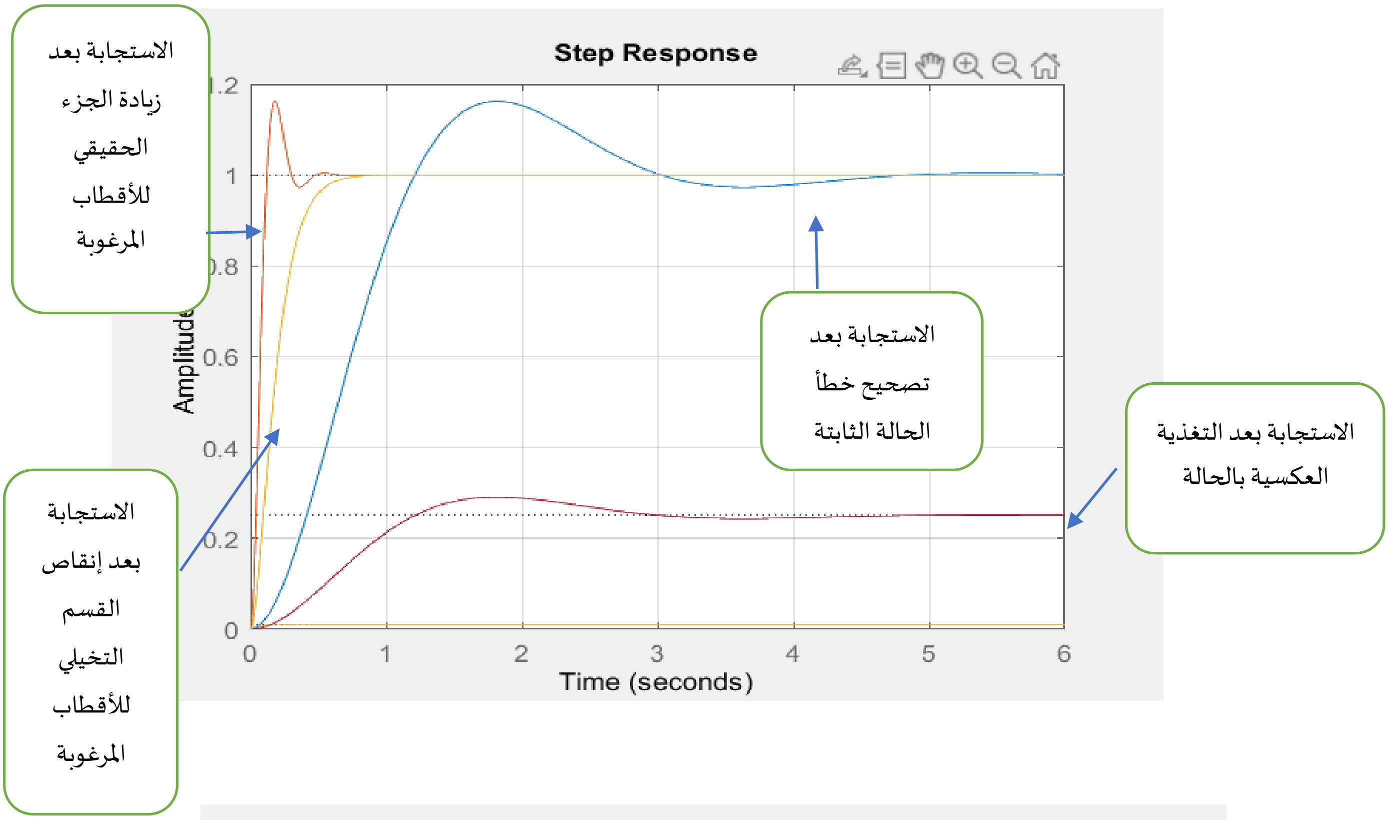
```
Kdc=dcgain(sys1);

Kr=1/kdc;

B1=B*Kr;

Sys2=ss(A1,B1,C,D);

Step(sys2);
```

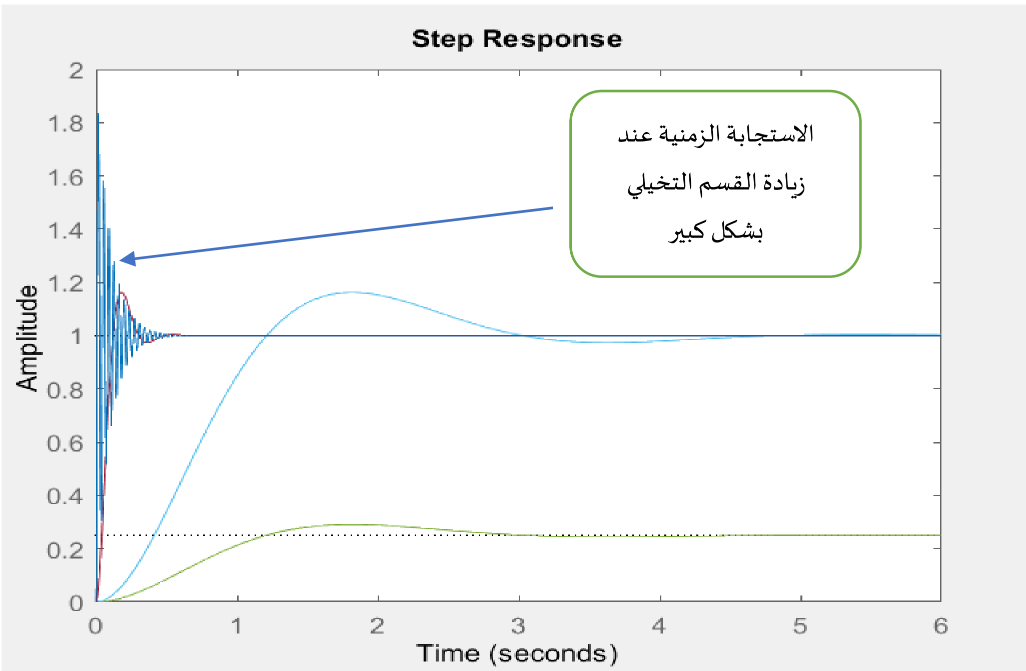


نلاحظ من الاستجابة في الشكل أعلاه أنه تم تحقيق المواصفات المرغوبة والقضاء على الخطأ عند الاستقرار أيضاً.

أحياناً لا تنجح هذه الطريقة في إزالة الخطأ لذلك نلجأ عندها إلى تصحيح الخطأ باستخدام الفعل التكاملي.

الطلب الثالث:





نلاحظ :

- عند زيادة القسم الحقيقي للأقطاب المرغوبة يقل زمن الاستقرار.
- عند زيادة القسم التخيلي للأقطاب المرغوبة يزداد تجاوز الهدف وتقل نسبة التخميد.

الطلب الرابع:

```
p=[-1-i*1.73  -1+i*1.73];
k=place(a,b,p)
```

```
k =

    5.9929    5.0000
```

```
p=[-10-i*1.73  -10+i*1.73];
k=place(a,b,p)
```

```
k =

  104.9929   23.0000
```

```
p=[-1-i*10.73  -1+i*10.73];
k=place(a,b,p)

 k =

   104.9929   23.0000
```

```
p=[-1-i*100.73  -1+i*100.73];
k=place(a,b,p)

 k =

   1.0e+04 *

    1.0150    0.0005
```

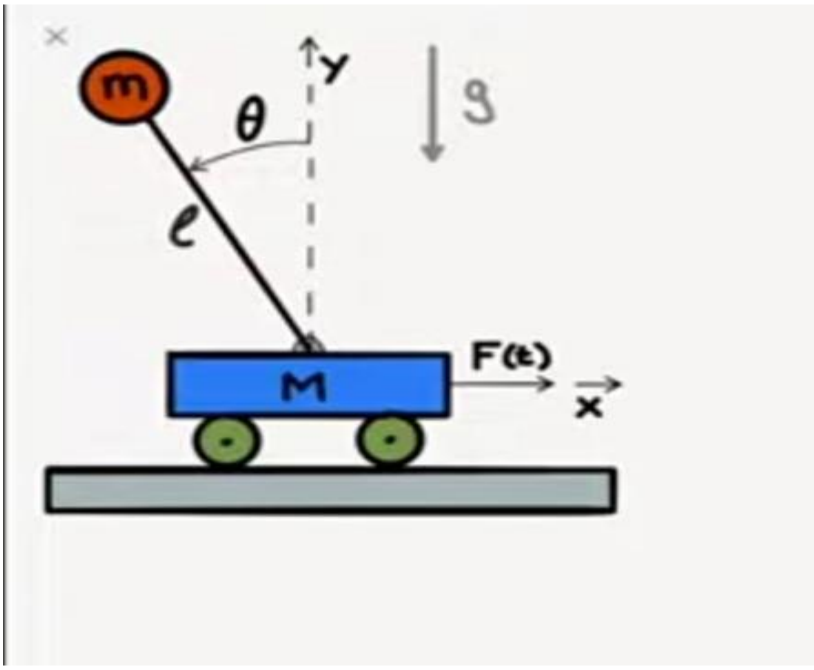
نلاحظ مايلي:

- زيادة قيم (k) (ثوابت التغذية العكسية) عند الحصول على زمن استقرار أقل.

ومنه نستنتج: نستطيع الوصول إلى حالة الاستقرار خلال زمن بسيط ولكن سيؤدي ذلك إلى استهلاك أكبر في طاقة المشغلات.

مثال:

لدينا نظام (inverted pendulum on a cart) و لدينا المعادلات الديناميكية الواصفة له هي:



يمثل هذا النظام أفضل اختبار لروبوت التوازن(self balancing robot).

$$F = (M+m)x'' + mlcos(\theta)\theta'' - ml\theta'^2 \sin(\theta)$$

$$mlcos(\theta)x'' + ml^2\theta'' - mglsin(\theta) = 0$$

وهي معادلات لاخطية والمطلوب:

- قم بتقريب النظام إلى نظام خطي.
- قم بتمثيل النظام في فراغ الحالة.
- إذا علمت أن : $M = 1\ kg\ , m = 0.1\ kg,\ \ l = 0.5m,\ \ g = 9.8\ kg/s^2$ قم بدراسة استقرار النظام.
- قم بتصميم تغذية عكسية بالحالة (نظرية توقيع الأقطاب) بحيث يصبح النظام مستقراً وبحيث نحصل على مواصفات استجابة زمنية جيدة.
- قم بعملية تحسين للاستجابة بحيث نحصل على موازنة بين الأداء المطلوب والطاقة المستهلكة من المشغل باستخدام خوارزمية (LQR).

الحل:

- يتم تقريب النظام إلى نظام لاخطي كما يلي:

من أجل زوايا انحراف صغيرة ($\theta \cong 0$) يكون لدينا $\sin\theta \cong \theta$ و $\cos\theta \cong 1$.

وبالتالي تصبح لدينا المعادلات الديناميكية الواصفة لعمل النظام هي:

$$F = (M+m)x'' + ml\theta'' \qquad \text{(1) المعادلة}$$

$$mlx'' + ml^2\theta'' - mgl(\theta) = 0 \qquad \text{(2) المعادلة}$$

ثانياً:

من المعادلة (2) لدينا:

$$\theta'' = \frac{g}{l}\theta - \frac{1}{l}x''$$

ومن المعادلة (2) لدينا:

$$x'' = g\theta - l\theta''$$

نعوض قيمة θ'' في المعادلة (1) :

$$Mx'' = F - Mg\theta \qquad \text{(3) المعادلة}$$

نعوض قيمة x'' في المعادلة السابقة أعلاه:

$$ml\theta'' = (m+M)g\theta - F \qquad \text{(4) المعادلة}$$

حيث تمثل المعادلات (3) و(4) المعادلات التفاضلية للإزاحة والزاوية. ومنه يمكن التمثيل في فراغ الحالة، حيث متغيرات الحالة هي:

$$x_1 = \theta$$

$$x_2 = \theta'$$

$$x_3 = x$$

$$x_4 = x'$$

وبالتالي يكون التمثيل في فراغ الحالة على الشكل التالي:

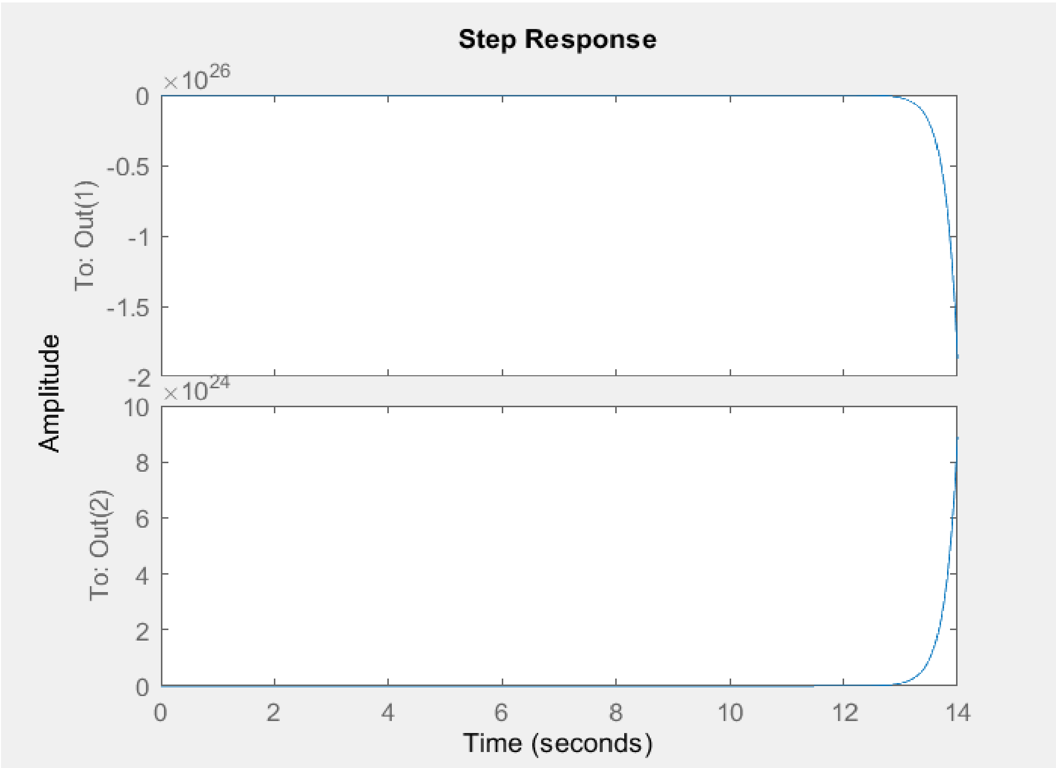
$$\begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \\ x_4' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{m+M}{M*l}g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{m}{M}g & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-1}{Ml} \\ 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} * u$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

ثالثاً:

```
m=0.1;
M=1;
l=0.5;
g=9.8;
a=[0 1 0 0;(m+M/(M*l))*g 0 0 0;
    0 0 0 1;(-m/M)*g 0 0 0];
b=[0;-1/(M*l);0;1/M];
c=[1 0 0 0;0 0 1 0];    d=[0];
sys=ss(a,b,c,d);
eg=eig(a)
step(sys)
```

```
eg =

         0
         0
    4.5365
   -4.5365
```



يتضح لدينا من القيم المميزة وجود قيمة مميزة موجبة ستأخذ النظام نحو عدم الاستقرار. وكذلك يتضح عدم الاستقرار من الاستجابة الزمنية للنظام.

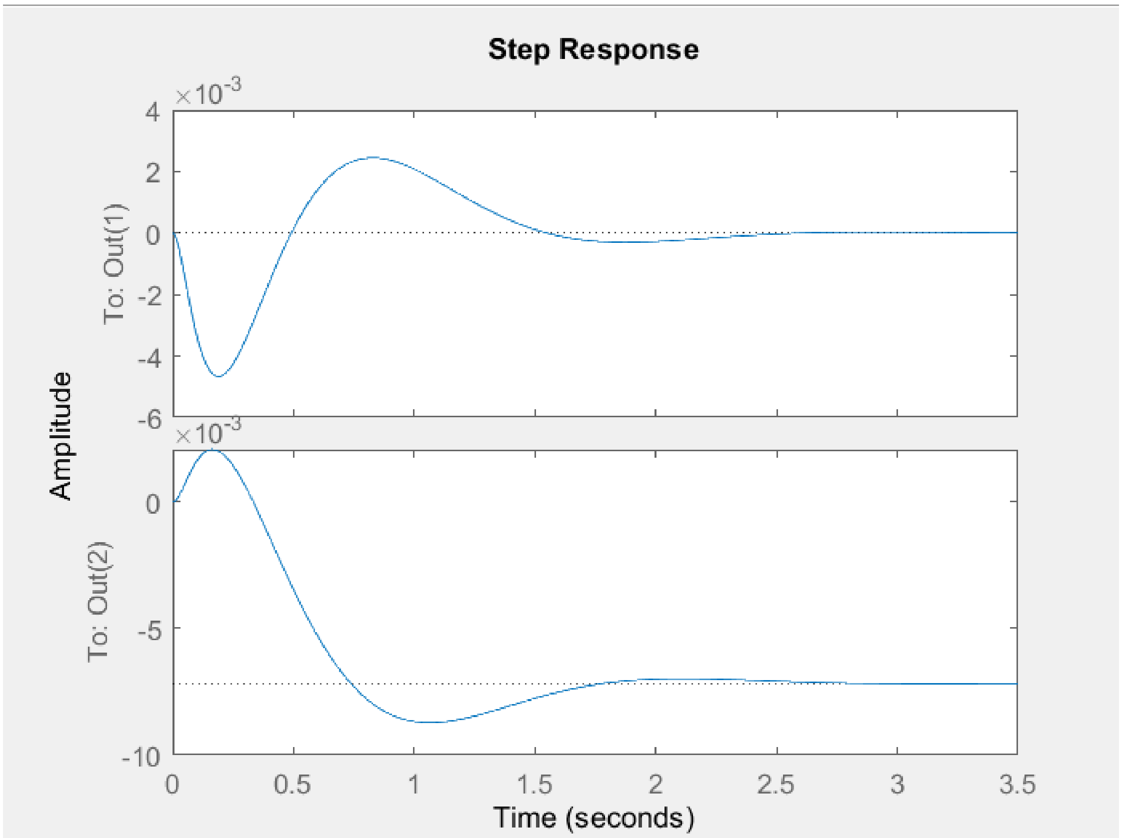
- فسر رياضياً سبب عدم استقرار النظام عند وجود قيمة مميزة موجبة (قطب موجب).؟؟

رابعاً:

إجراء التغذية العكسية بالحالة:

```
p=[-2+i*3 -2-i*3  -10 -20];
k=place(a,b,p);
a1=a-b*k;
eig(a1);
sys1=ss(a1,b,c,d);
figure(2)
step(sys1)
```

نحصل على الاستجابة الزمنية التالية:



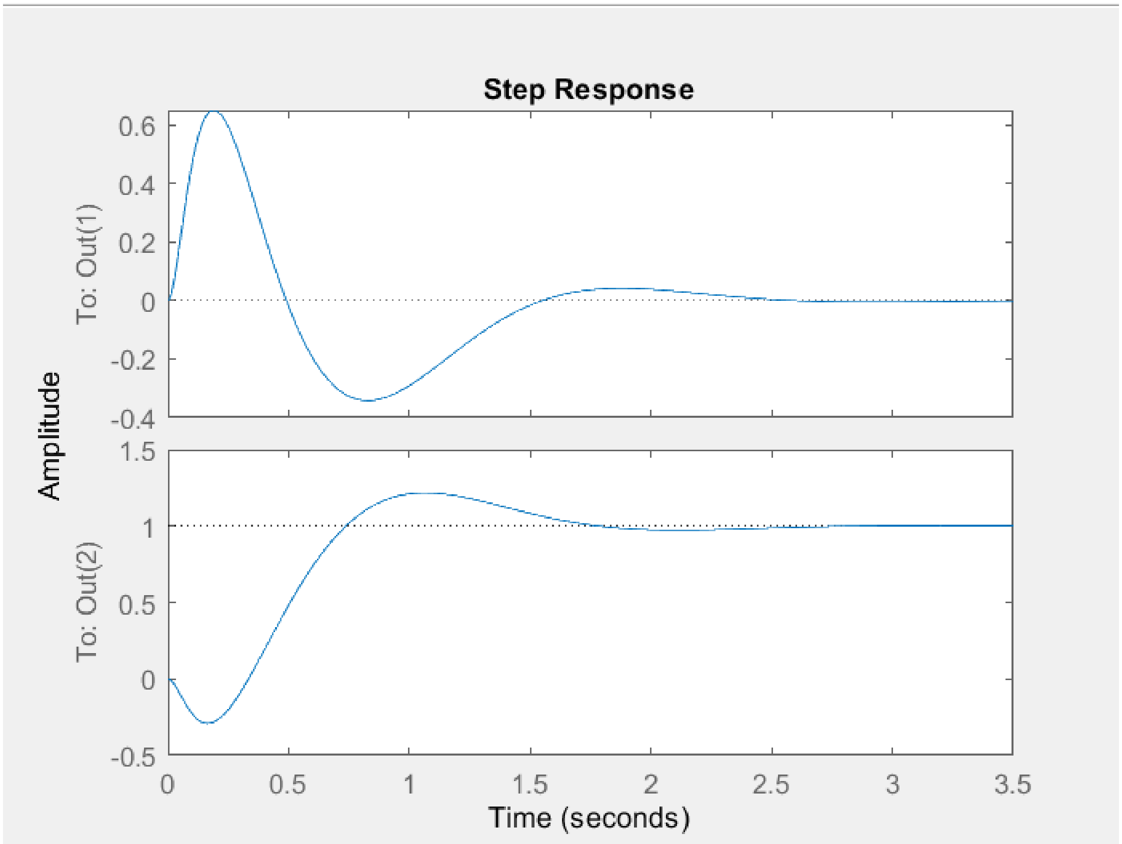
بالنسبة للمتغير الأول (زاوية الانحراف يعود إلى القيمة صفر ولو تعرض إلى اضطراب).

ولكن المتغير الثاني (المسافة التي يقطعها الروبوت) لا يبدي استجابة جيدة (مستقر ولكن ليس عند القيم المرغوبة).

لذلك سنقوم بعملية تصحيح للخطأ باستخدام (forward gain).

```
kdc=dcgain(sys1)
kr=1/kdc(2);
sys2=ss(a1,b*kr,c,d);
figure(3)
step(sys2)
```

نحصل على الاستجابة الزمنية التالية:



يبدي النظام الآن استجابة مستقرة.

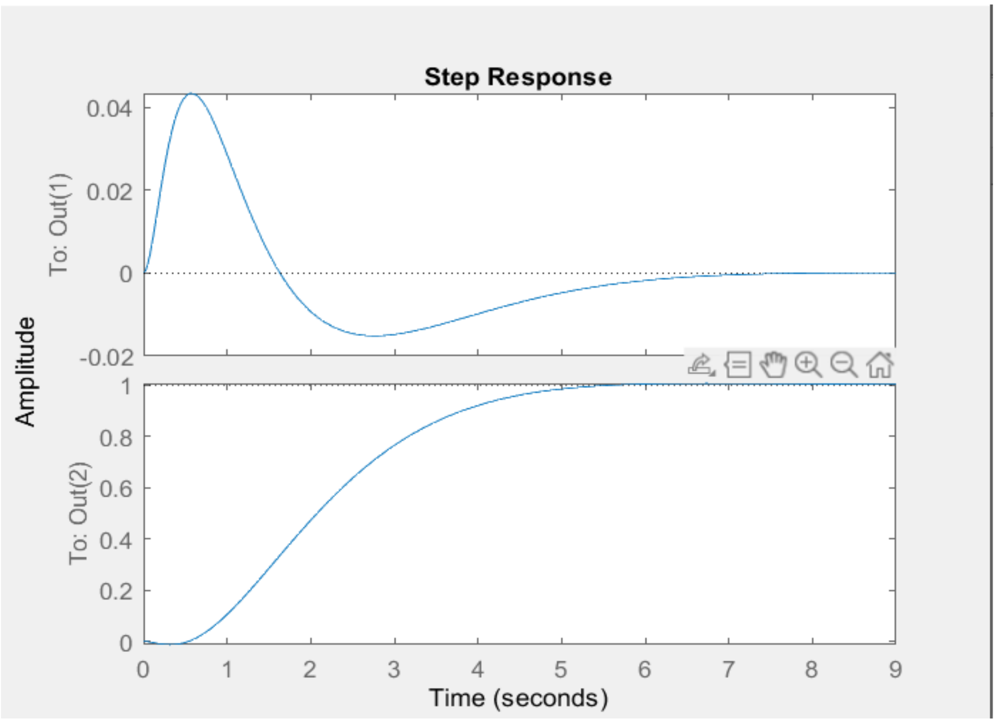
تعود زاوية الانحراف إلى وضعها الابتدائي (0) ويذهب الخرج الثاني إلى القيمة المرجعية المرغوبة.

خامسا":

تحسين مواصفات الاستجابة الزمنية باستخدام خوارزمية (LQR):

هنا بنية النظام لا تتغير لدينا (ولكن هنا لا نقوم بعملية اختيار الأقطاب كما نريد ولكن يتم اختيارها بحيث يكون لدينا موازنة بين الأداء المطلوب والطاقة المصروفة من قبل المشغل).(وضعنا نفس الأهمية للطاقة والأداء)

```
R=1;
Q=[1  0  0  0;0  1  0  0;
      0  0  1  0;0  0  0  1];
k=lqr(a,b,Q,R);
```



- لو كان يهمنا الأداء أكثر من الطاقة نقوم بتثقيل مصفوفة ال (Q)… وعندما تهمنا الطاقة (نقوم بتثقيل مصفوفة ال R) .
- في الروبوتات يهمنا الأداء والطاقة معا لأن الروبوت يعتمد في عمله على البطاريات وفي نفس الوقت نريد دقة في العمل.

- أفضل مثال للتطبيقات التي يهمنا فيها الطاقة أكثر من الأداء هو المركبات الفضائية لأنها تعتمد في عملها على البطاريات التي تشحن من الطاقة الشمسية لذلك يهمنا توفير الطاقة حتى يكون لدينا احتياطي عند غياب الشمس.

مثال:

نريد تصميم نظام تحكم خاص بفرامل السيارة (للتحكم بالإزاحة) والمطلوب:

- أنجز عملية التحكم باستخدام التغذية العكسية بمتغيرات الحالة.

(ضع مواصفات الاستجابة الزمنية التي تراها مناسبة).

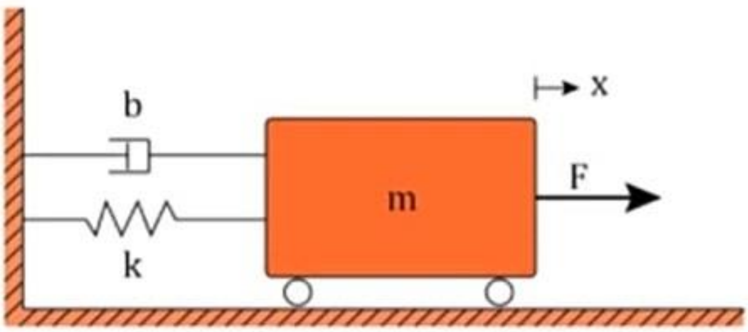
علماً أن كتلة الفرامل m=0.5 Kg

ثابت تخميد زيت الفرامل b=0.01

ثابت صلابة النابض المرتبط الذي يعيد دواسة الفرامل إلى مكانها. k=1 (أنجزنا سابقاً التحكم باستخدام (pid))

الحل:

يمكن تمثيل نظام الفرامل ككتلة مربوطة مع نابض ومخمد



وبتطبيق قانون نيوتن:

$$F = m * x'' + b * x' + k * x$$

- سنصمم نظام التحكم الآن بالتغذية العكسية بمتغيرات الحالة:

نمثل النظام أولاً في فراغ الحالة:

باعتبار متغيرات الحالة:

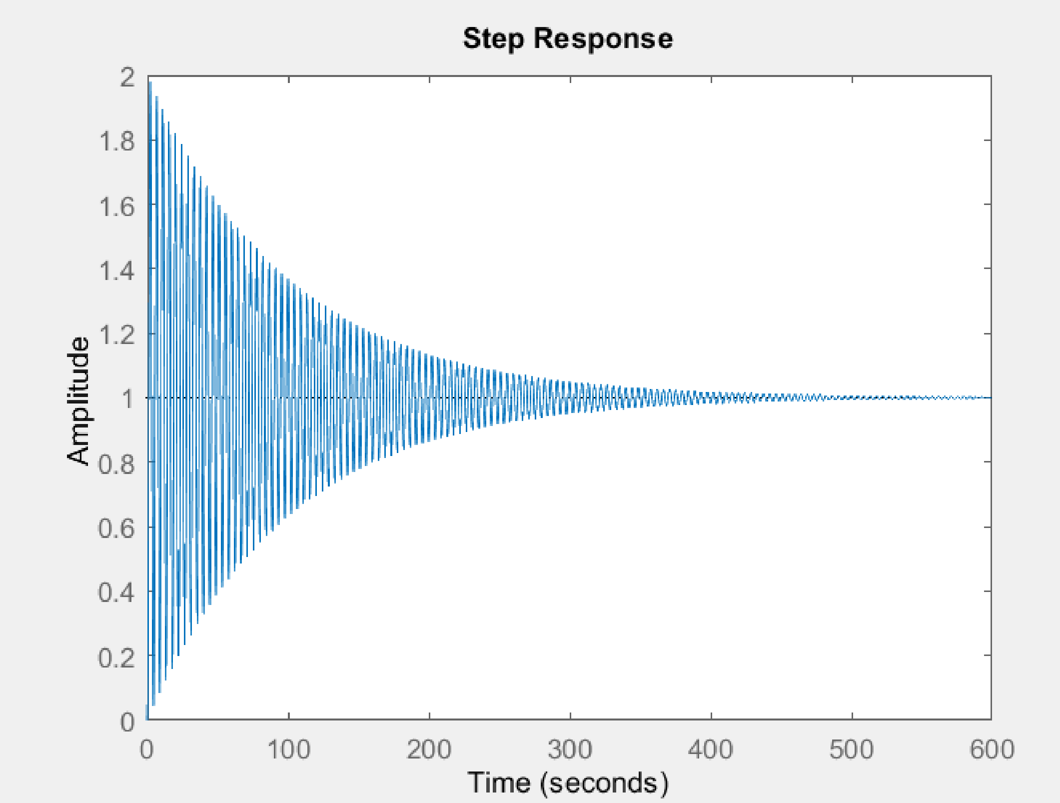
$$x_1 = x \quad x_2 = x'$$

الخرج هو الازاحة (x) والدخل هو القوة المطبقة (u):

$$\begin{matrix} x_1' \\ x_2' \end{matrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{b}{m} \end{bmatrix} * \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} + \begin{matrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{matrix} * u$$

$$y = [1 \quad 0] * \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix}$$

```
m=0.5;
b=0.01;
k=1;
a=[0 1;-k/m -b/m];
b=[0 ;1/m];
c=[1 0];
d=[0];
sys=ss(a,b,c,d);
step(sys)
```



- النظام يستقر ولكن بعد فترة طويلة ويهتز كثيراً قبل الاستقرار.
- سنضيف نفس المواصفات التي حققناها بواسطة ال(pid) وهي: $T_s = 0.2\,\text{sec} \quad M_p = 2\%$
- ومنه نقوم بحساب نسبة التخميد والتردد الطبيعي للنظام.

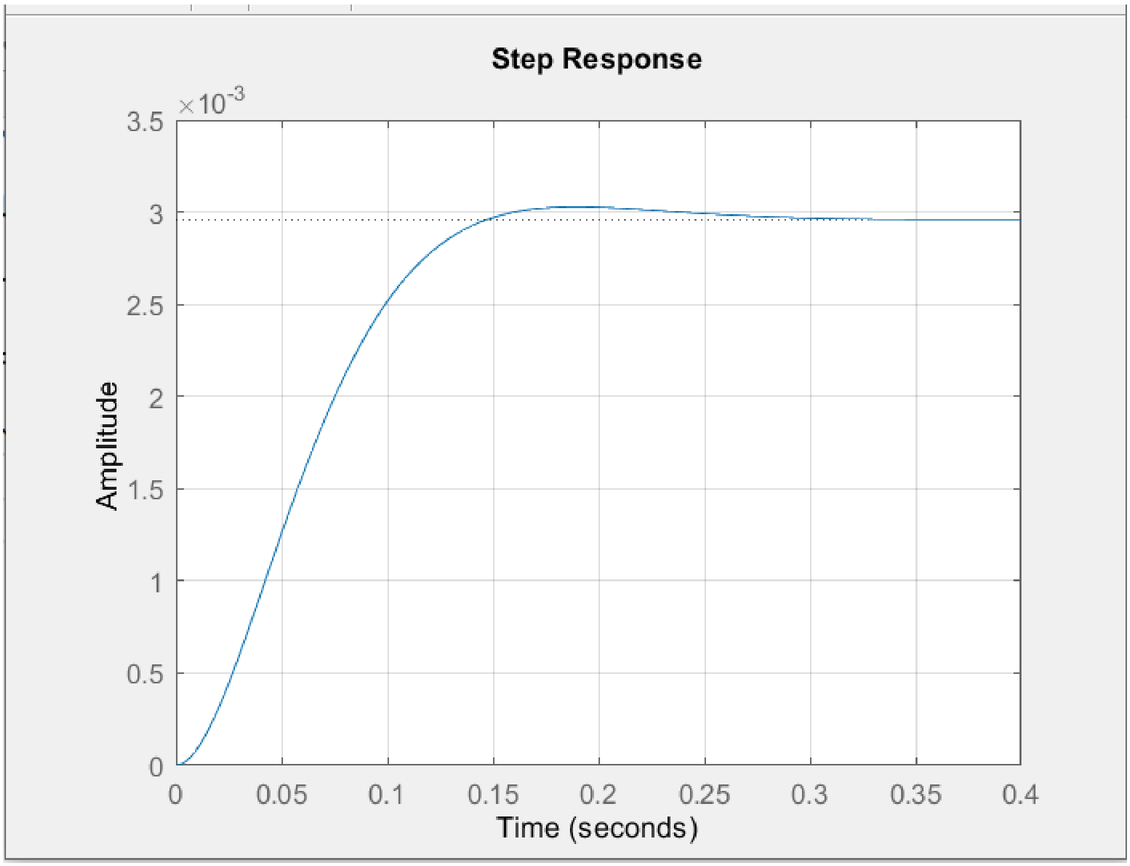
$$\varepsilon = 0.77 \qquad w_n = 26\, rad/sec$$

- الأقطاب المهيمنة :

$$s_{1,2} = -\varepsilon * w_n \pm j w_n \sqrt{1-\varepsilon^2} = -20 \pm j16.6$$

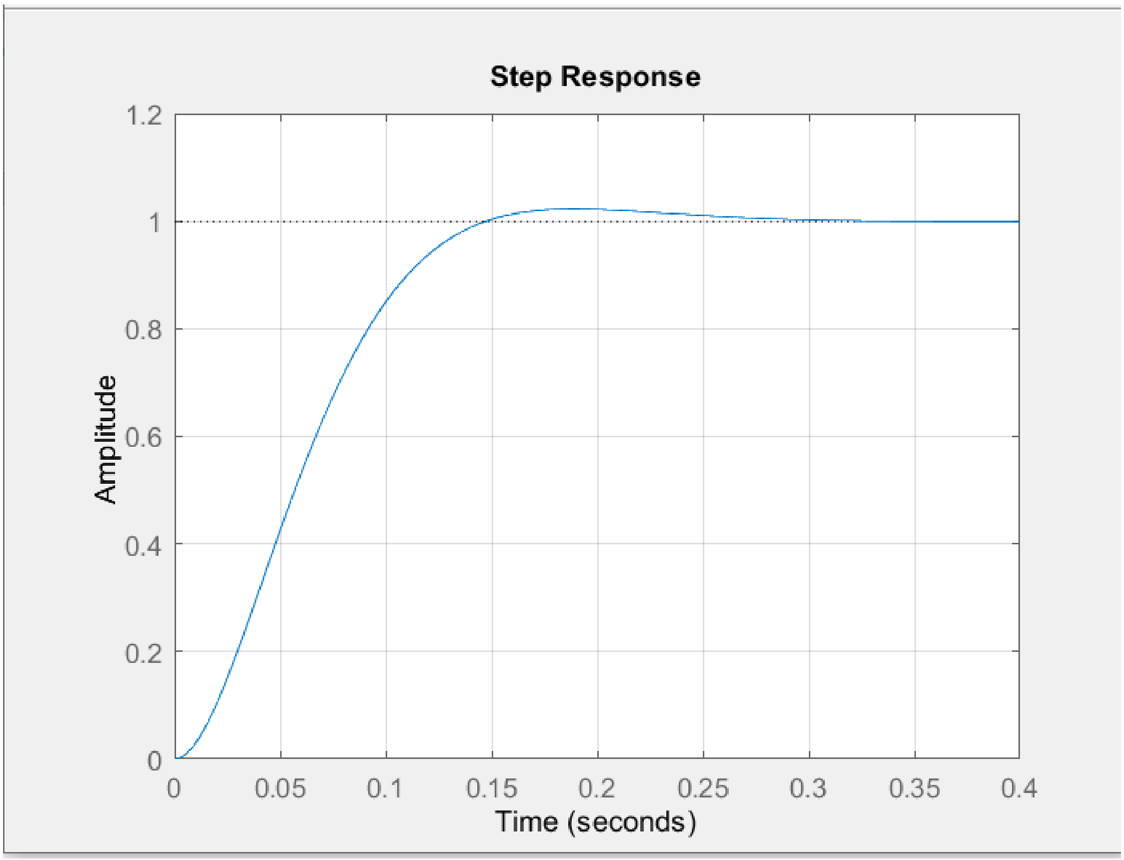
- نكمل التصميم:

```
p=[-20+i*16.6 -20-i*16.6];
k=place(a,b,p);
a1=a-b*k;
sys1=ss(a1,b,c,d);
figure(2)
step(sys1)
```



- تم تحقيق المواصفات المرغوبة ولكن يوجد لدينا خطأ عند الاستقرار.

```
kdc=dcgain(sys1);
kr=1/kdc;
sys2=ss(a1,b*kr,c,d);
figure(3)
```



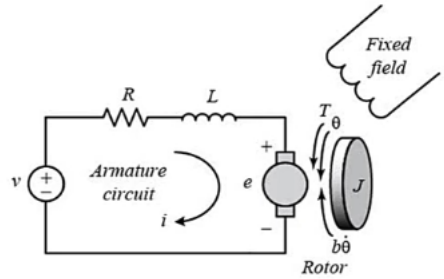
حصلنا على المواصفات المرغوبة وأزلنا الخطأ عند الاستقرار.

- حصلنا على قيمة كبيرة للتردد الطبيعي للنظام..فهل له دور في التخميد؟ أم أن التخميد يقتصر على قيمة نسبة التخميد فقط؟؟

مثال:

صمم متحكم للتحكم بسرعة محرك (dc) باستخدام التغذية العكسية بمتغيرات الحالة :

Parameters	Symbol	Values/ Units
Moment of Inertia of the Rotor	J	$0.022\ K_g m^2$
Motor Viscous Friction Constant	b	0.5×10^{-3} N.m/($\frac{rad}{sec}$)
Electromotive Force Constant	K_e	1.2 v/($\frac{rad}{sec}$)
Motor Torque Constant	K_t	1.2 N.m/Amp
Electric Resistance	R	2.45Ω
Electric Inductance	L	0.035 mH

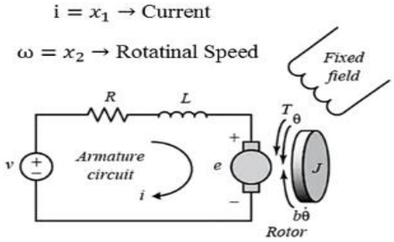


تم وضع متغيرات الحالة كالتالي:

ومن المعادلات التفاضلية تم تمثيل النظام في فراغ الحالة:

$\mathrm{i} = x_1 \rightarrow$ Current

$\omega = x_2 \rightarrow$ Rotatinal Speed



$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L}v - \frac{R}{L}i - \frac{K_e}{L}\omega$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{K_t}{J}i - \frac{b}{J}\omega$$

- **State Space**

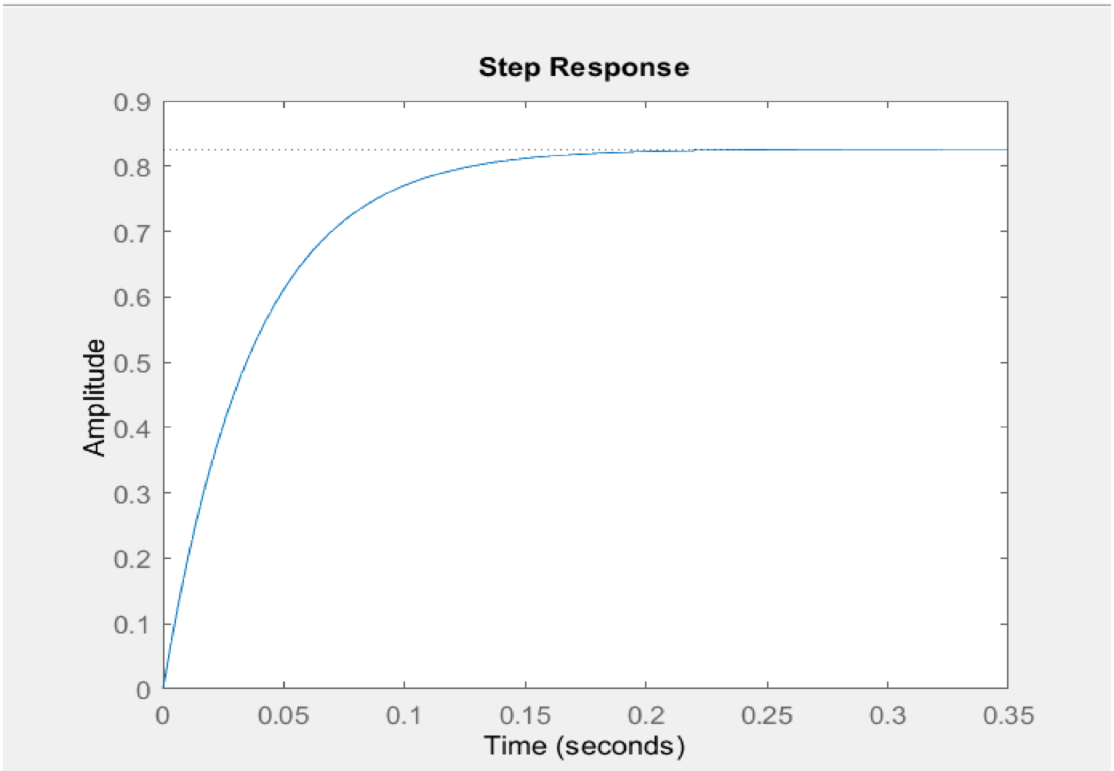
$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\frac{R}{L} & -\frac{K_e}{L}\\ \frac{K_t}{J} & -\frac{b}{J}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\frac{1}{L}\\ 0\end{bmatrix}v$$

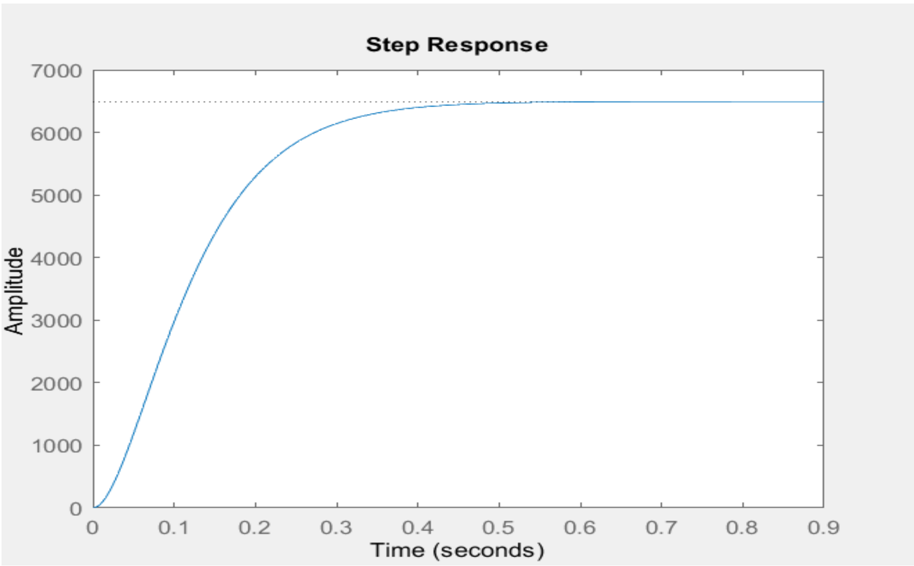
$$y = [0\ 1]\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$ Controlling the speed of the motor

$$A = \begin{bmatrix}-\frac{R}{L} & -\frac{K_e}{L}\\ \frac{K_t}{J} & -\frac{b}{J}\end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix}\frac{1}{L}\\ 0\end{bmatrix} \qquad C = [0\ 1] \qquad D = 0$$

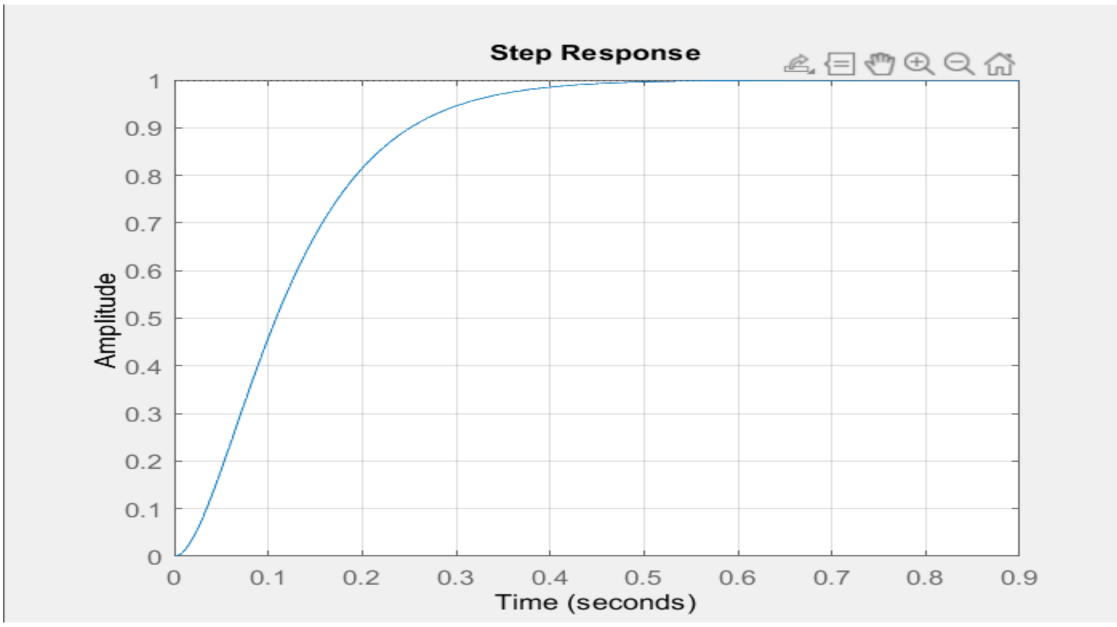
```
m=0.5;
J=0.022;
b=0.005;
ke=1.2;
kt=1.2;
R=2.45;
L=0.000035;
A=[-R/L -ke/L;
    kt/J -b/J];
B=[1/L;0];
C=[0 1];D=[0];
sys=ss(A,B,C,D);
step(sys);
```



```
P=[-15 -16];
k=place(A,B,P)
A1=A-B*k;
sys1=ss(A1,B,C,D);
figure(2)
step(sys1)
```

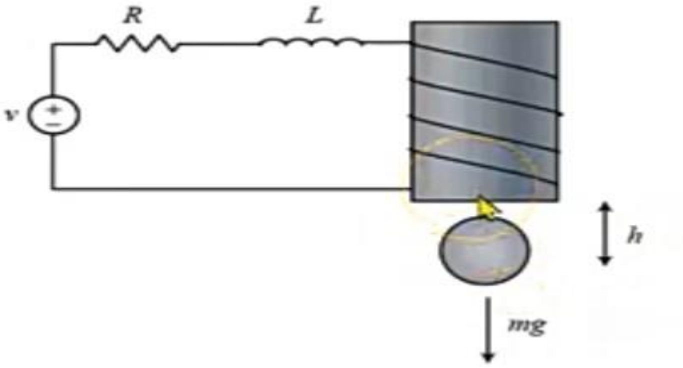



```
kr=1/dcgain(sys1);
sys2=ss(A1,kr*B,C,D);
figure(3)
step(sys2)
```



مثال غير محلول:

Magnetically Suspended Ball



يحرض التيار الكهربائي المار عبر الملف قوة مغناطيسية تستطيع مقاومة قوة الجاذبية وتجعل الكرة (المصنوعة من مادة مغناطيسية) أن تبقى معلقة عند ارتفاع معين مرغوب.

والمطلوب:

- استنتج المعادلات الواصفة للنظام.(بالاعتماد على قانون نيوتن الأساسي وقانون كيرشوف).
- حول المعادلات اللاخطية الناتجة إلى معادلات خطية.
- إذا علمت ان:

$$m = 0.0195Kg \quad L = 0.019H \quad R = 1.5\Omega \quad K = 0.000176$$

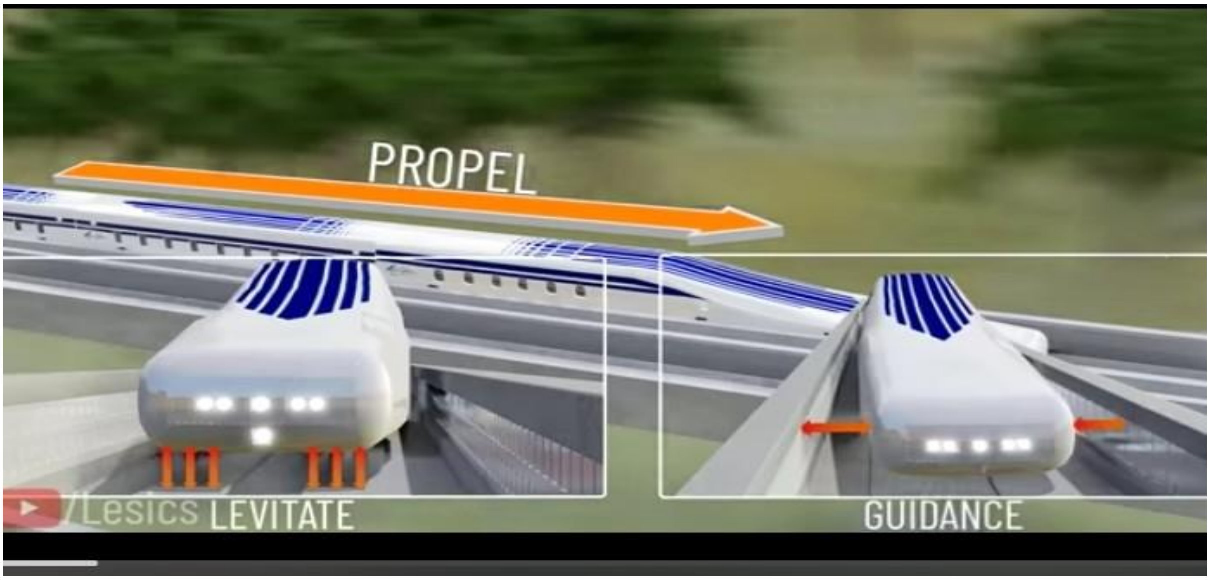
قم بتصميم تغذية عكسية بالحالة للتحكم بارتفاع الكرة (h=0.05 m) بحيث تكون الأقطاب المرغوبة:

-25+i25 -25-i25 -80

- أي من الأقطاب المذكورة سيحدد مواصفات الاستجابة الزمنية العابرة للنظام؟ ولماذا؟ فسر رياضياً؟؟
- لماذا يتم دوماً اختيار قطب ثالث بعيد جداً عن الأقطاب المهيمنة؟؟

هذه النظام هو الفكرة الأساسية لأنظمة الرفع الكهرومغناطيسية (Magnetic Levitation Systems) وهي مستخدمة في القطارات الكهربائية في اليابان.

حالياً يتم العمل على هذه الفكرة لاستخدامها في المصاعد.



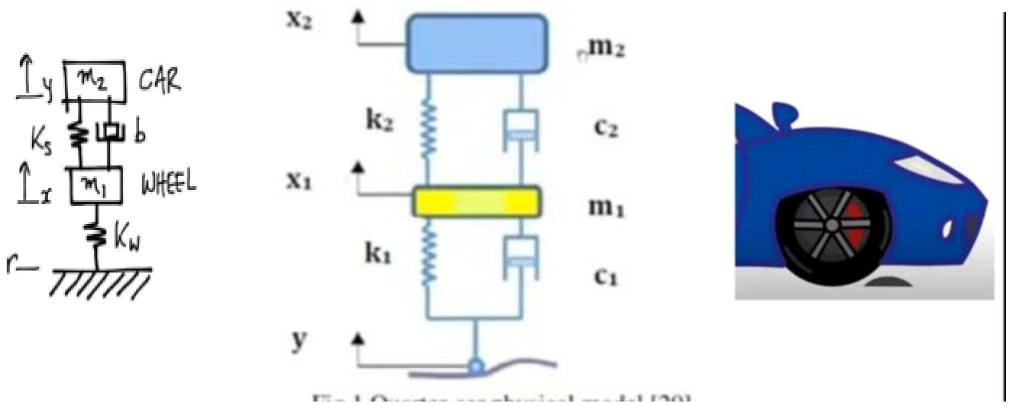
حيث إنه كما يتضح من الشكل لدينا ثلاث أنظمة تحكم تعتمد على نفس الفكرة:

1. نظام رفع (levitate) لرفع القطار عن السكة والحفاظ على هذا الارتفاع.
2. نظام جانبي (guidance) للحفاظ على موقع القطار في الوسط.
3. نظام دفع (propel) لدفع القطار نحو الأمام.

تمشي هذه القطارات بسرعة هائلة جداً بسبب انعدام الاحتكاك وبالتالي تقل الضياعات.

من الأمثلة المهمة الممكن تناولها أيضا" وتصميم أنظمة تحكم لها هي:

- نظام التعليق في السيارات.



حيث يمثل نظام التعليق كما هو موضح في الشكل أعلاه. والمهمة الأساسية لنظام التعليق هي عزل السيارة عن الاهتزازات الحاصلة بسبب الارتطام بالأرض.