مقرر اللغات الصورية

د. هلا نصار

محاضرات الأسبوع 4

الفصل الصيفي 2022-2023

اللغات خارج السياق Context free languages

هي لغات لا يلعب فيها السياق دوراً في تحديد معنى الكلمة، يوجد أوتومات بمكدس push down automata يقبل اللغات الخارج السياق وتوجد قواعد خارج السياق تولدها تعرف بالرباعية G=(V,T,P,S) حيث:

V هي مجموعة الرموز اللانهائية ونرمز لها بأحرف كبيرة وتساهم في توليد سلاسل اللغة

T هي مجموعة الرموز النهائية التي تشكل سلاسل اللغة نرمز لها بأحرف صغيرة.

P هي مجموعة قواعد التوليد ويكون لها الشكل $A \to a : A \in V, a \in (V \cup T)^*$

أي أن الطرف اليساري لهذه القواعد عبارة عن متحول وحيد وهو حرف كبير وقد يكون الطرف اليميني تعاقب من الرموز النهائية ولا نهائية أي احرف كبيرة وصغيرة

S هو رمز البداية وهو عبارة عن رمز لا نهائي حتماً وهو نقطة الانطلاقة في عملية التوليد

عادة ما تكون اللغات الخارج السياق تحتاج إلى ذاكرة كمثال الشكل L1,L2

$L2=\{a^{2n}b^{n+1}, n>=0\}$ ، $L1=\{a^nb^n : n>=0\}$

أي يجب تذكر قيمة n لتكرار a بحيث تتساوى مع تكرار b

مثال1:

أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية $L=\{0^n1^n : n>=0\}$

إن هذه اللغة من أشهر اللغات خارج السياق حيث يوجد أوتومات بمكدس يقبلها:

نعوض بعض قيم n لمعرفة أشكال السلاسل الناتجة :

$$n = 0 \Rightarrow \varepsilon$$
$$n = 1 \Rightarrow \boxed{0\ 1}$$
$$n = 2 \Rightarrow 0\ \boxed{0\ 1}\ 1$$
$$n = 3 \Rightarrow 0\ 0\ \boxed{0\ 1}\ 1\ 1$$

ومنه نجد أن توليد السلسلة ناتج عن تكرار إضافة 0 إلى اليسار يقابله 1 إلى اليمين ونتوقف بإضافة ε

فتكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S\},\{0,1\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow \varepsilon, S\rightarrow 0S1\}$

مثال2:

أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية $L=\{a^n b^n : n>0\}$

إن هذه اللغة من اللغات خارج السياق حيث يوجد أوتومات بمكدس يقبلها:

نعوض بعض قيم n لمعرفة أشكال السلاسل الناتجة :

$$n = 1 \Rightarrow a\ b$$
$$n = 2 \Rightarrow a\,a\,b\,b$$
$$n = 3 \Rightarrow a\,a\,a\,b\,b\,b$$

ومنه نجد أن توليد السلسلة ناتج عن تكرار إضافة a إلى اليسار يقابله b إلى اليمين ونتوقف بإضافة ab

فتكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S\},\{a,b\},P,S\}$

$P=\{S\rightarrow ab,\ S\rightarrow aSb\}$

أو تكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S,A\},\{a,b\},P,S\}$

$P=\{S\rightarrow aAb,\ A\rightarrow aAb|\varepsilon\}$

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

مثال3:

أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية $L=\{0^n21^n : n>=0\}$

إن هذه اللغة من اللغات خارج السياق حيث يوجد أوتومات بمكدس يقبلها:

نعوض بعض قيم n لمعرفة أشكال السلاسل الناتجة :

$$n=0 \Rightarrow 2$$
$$n=1 \Rightarrow 0\,2\,1$$
$$n=2 \Rightarrow 0\,0\,2\,1\,1$$

ومنه نجد أن توليد السلسلة ناتج عن تكرار إضافة 0 إلى اليسار يقابله 1 إلى اليمين والعدد 2 ثابت في الوسط

فتكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S\},\{0,1,2\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow 2,\ S\rightarrow 0S1\}$

أو تكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S,A\},\{0,1,2\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow A,\ A\rightarrow 0A1|2\}$

مثال4:

أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية $L=\{0^n231^n : n>=0\}$

إن هذه اللغة من اللغات خارج السياق حيث يوجد أوتومات بمكدس يقبلها:

نعوض بعض قيم n لمعرفة أشكال السلاسل الناتجة :

$$n=0 \Longrightarrow 2\,3$$
$$n=1 \Longrightarrow 0\,2\,3\,1$$
$$n=2 \Longrightarrow 0\,0\,2\,3\,1\,1$$

ومنه نجد أن توليد السلسلة ناتج عن تكرار إضافة 0 إلى اليسار يقابله 1 إلى اليمين والعدد 23 ثابت في الوسط

فتكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S\},\{0,1,2,3\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow 23, S\rightarrow 0S1\}$

أو تكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S,A\},\{0,1,2,3\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow A, A\rightarrow 0A1|23\}$

مثال 5:

أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية $L=\{0^n231^n : n>0\}$

إن هذه اللغة من اللغات خارج السياق حيث يوجد أوتومات بمكدس يقبلها:

نعوض بعض قيم n لمعرفة أشكال السلاسل الناتجة :

$$n = 1 \Rightarrow 0231$$
$$n = 2 \Rightarrow 002311$$

ومنه نجد أن توليد السلسلة ناتج عن تكرار إضافة 0 إلى اليسار يقابله 1 إلى اليمين والعدد 23 ثابت في الوسط

فتكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S\},\{0,1,2,3\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow 0231, S\rightarrow 0S1\}$

أو تكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S,A\},\{0,1,2,3\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow A, A\rightarrow 0A1|0231\}$

مثال 6:

أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية $L=\{a^{n+3}b^{n+2} : n>0\}$

تلاحظ أن هذه اللغة يمكن كتابتها بالشكل $L=\{a^n a^3 b^2 b^n : n>0\}$

نعوض بعض قيم n لمعرفة أشكال السلاسل الناتجة :

$$n=1 \Rightarrow a\, a^3\, b^2\, b = a^4\, b^3$$
$$n=2 \Rightarrow a\;\; a^4\, b^3\, b = a^5\, b^4$$
$$n=3 \Rightarrow a\, a\;\; a^4\, b^3\;\; b\, b = a^6\, b^5$$

ومنه نجد أن توليد السلسلة ناتج عن تكرار إضافة a إلى اليسار يقابله b إلى اليمين وثابت في الوسط a^3b^2

فتكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S\},\{a,b\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow a^4b^3 , S\rightarrow aSb\}$

أو تكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S,A\},\{a,b\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow A, A\rightarrow aAb|a^4b^3\}$

مثال 7:

أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية $L=\{a^{2n}b^n : n>=0\}$

نعوض بعض قيم n لمعرفة أشكال السلاسل الناتجة :

$$n = 0 \Rightarrow \varepsilon$$
$$n = 1 \Rightarrow a\ a\ b$$
$$n = 2 \Rightarrow a\ a\ a\ a\ b\ b$$
$$n = 3 \Rightarrow a\ a\ a\ a\ a\ a\ b\ b\ b$$

ومنه نجد أن توليد السلسلة ناتج عن تكرار إضافة a إلى اليسار ضعفي ما يقابله b إلى اليمين

فتكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S\},\{a,b\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow \varepsilon , S\rightarrow aaSb\}$

أو تكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S,A\},\{a,b\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow A, A\rightarrow aaAb|\varepsilon\}$

مثال 8:

أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية $L=\{a^{2n+4}b^{n+1} : n>=0\}$

نلاحظ أن توليد السلسلة ناتج عن تكرار إضافة a إلى اليسار ضعفي ما يقابله b إلى اليمين وأن في الوسط ثابت هو a^4b

فتكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S\},\{a,b\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow a^4b, S\rightarrow aaSb\}$

أو تكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S,A\},\{a,b\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow A, A\rightarrow aaAb|a^4b\}$

مثال 9:

أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية $L=\{a^{2n+4}cb^{n+1} : n>=0\}$

نلاحظ أن توليد السلسلة ناتج عن تكرار إضافة a إلى اليسار ضعفي ما يقابله b إلى اليمين وأن في الوسط ثابت هو a^4cb

فتكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S\},\{a,b,c\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow a^4cb , S\rightarrow aaSb\}$

أو تكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S,A\},\{a,b,c\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow A, A\rightarrow aaAb|a^4cb \}$

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

مثال 10:

أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية $L=\{ww^R : w\in \{a,b\}^* , |w| \neq 0\}$

هي اللغة التي سلاسلها متناظرة حيث طول السلسلة دائماً أكبر من الصفر.

حيث تعرف السلسلة wR بأنها السلسلة النتجة عن w ولكن رموزها مرتبة من اليمين إلى اليسار.

نلاحظ أن توليد السلسلة ناتج عن تكرار إضافة a أو b إلى كلا الطرفين

فتكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S\},\{a,b\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow aSa \mid bSb \mid aa \mid bb\}$

مثال 11:

أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية $L=\{wcw^R : w\in \{a,b\}^* , |w| \neq 0\}$

هي اللغة التي سلاسلها متناظرة حيث طول السلسلة دائماً أكبر من الصفر يتوسطها c.

حيث تعرف السلسلة wR بأنها السلسلة النتجة عن w ولكن رموزها مرتبة من اليمين إلى اليسار.

نلاحظ أن توليد السلسلة ناتج عن تكرار إضافة a أو b إلى كلا الطرفين

فتكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S\},\{a,b,c\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow aSa \mid bSb \mid aca \mid bcb\}$

مثال 12:

أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية $L=\{wcdw^R : w\in \{a,b\}^* , |w| \neq 0\}$

هي اللغة التي سلاسلها متناظرة حيث طول السلسلة دائماً أكبر من الصفر يتوسطها c.

حيث تعرف السلسلة wR بأنها السلسلة النتجة عن w ولكن رموزها مرتبة من اليمين إلى اليسار.

نلاحظ أن توليد السلسلة ناتج عن تكرار إضافة a أو b إلى كلا الطرفين

فتكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S\},\{a,b,c,d\},P,S)$

$P=\{S\rightarrow aSa \mid bSb \mid acda \mid bcdb\}$

مثال 13:

أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية $L=\{0^i1^j : i>=0, i<=j<=2i\}$

نعوض بعض قيم n لمعرفة أشكال السلاسل الناتجة :

$$i = 0 \Rightarrow j = 0 \Rightarrow \varepsilon$$

$$i = 1 \Rightarrow 1 \le j \le 2 \Rightarrow 011\ ,01$$

$$i = 2 \Rightarrow 2 \le j \le 4 \Rightarrow 0011\ ,00111,001111$$

ومنه نجد أن توليد السلسلة ناتج عن تكرار إضافة 0 إلى اليسار يقابله إضافة 1 أو 11 إلى اليمين

ونتوقف بإضافة ε

فتكون القواعد خارج السياق من الشكل: $G=(\{S\},\{0,1\},P,S\}$

$P=\{S\rightarrow \varepsilon|0S11|0S1\}$

مثال 14:

أوجد القواعد خارج السياق للغة التالية $L=\{20^n1^n : n>=0\}$ موضحاً المجموعة G:

G=({S,R},{0,1,2},P,S}

$$P = \{S \rightarrow 2R, R \rightarrow OR1|\varepsilon\}$$

صيغة تشومسكي المعيارية للغات خارج السياق
Chomsky normal form

تنص أن جميع القواعد خارج السياق تكتب بأحد الشكلين

إما تعاقب متحولين رمزين لا نهائيين أو رمز نهائي واحد.

أي في صيغة تشومسكي المعيارية يكون في الطرف الأيمن إما رمزين كبيرين

$$\forall A, B, C \in V: A \rightarrow BC$$

أو رمز صغير واحد:

$$\forall a \in T: A \rightarrow a$$

ويتم التحويل إلى صيغة تشومسكي المعيارية بعد القيام بعدة خطوات هي

التخلص من الرموز عديمة الفائدة ، القواعد الأحادية ، السلاسل الفارغة.

حول القواعد التالية إلى صيغة تشومسكي المعيارية حيث G=({S,A,B},{a,b},P,S)

$$S \to a\,B \mid b\,A$$
$$A \to a \mid a\,S \mid b\,A\,A$$
$$B \to b \mid b\,S \mid a\,B\,B$$

الخطوة الأولى نجعل الطرف الأيمن إما رمز صغير أو رموز كبيرة. لذا كل رمز صغير نفرض الوصول إليه من رمز كبير

$$S \to C_a\,B \mid C_b A$$
$$C_a \to a$$
$$C_b \to b$$
$$A \to a \mid C_a\,S \mid C_b\,A\,A$$
$$B \to b \mid C_b\,S \mid C_a\,B\,B$$

الخطوة الثانية نجعل الطرف الثاني فقط رمزين كبيرين لذا نفرض أننا نستطيع الوصول إلى حالتين من حالة جديدة

$$S \to C_a\,B \mid C_b A$$
$$C_a \to a$$
$$C_b \to b$$
$$A \to a \mid C_a\,S \mid C_b\,D_{AA}$$
$$D_{AA} \to AA$$
$$B \to b \mid C_b\,S \mid C_a\,D_{BB}$$
$$D_{BB} \to BB$$

- إن القواعد المنتظمة لها الشكل التالي:

$$S \to \varepsilon|aC|b$$
$$A \to aB|a$$

حيث يكون الاوتومات المنتهي يقبل اللغات المنتظمة ولها قواعد منتظمة تحددها.

- القواعد خارج السياق ولها الشكل التالي

$$A \to a : a \in (V \cup T) *$$

ويقبل هذه القواعد أوتومات بالمكدس

- صيغة تشومسكي المعيارية للغات الخارج السياق لها الشكل التالي:

$$A \to a|BC$$

الخطوات الواجب القيام بها قبل التحويل إلى صيغة تشومسكي المعيارية:

1. **التخلص من الرموز غير المفيدة** وذلك من خلال مرحلتين على التتالي:

- نتخلص من الرموز الكبيرة التي لا تؤدي إلى رموز نهائية
- نتخلص من المتحولات التي لا يوجد طريق من رمز البداية لها.

إذا كان المتحول المراد حذفه موجود في الطرف اليساري نقوم بحذف القاعدة كاملة أما إذا كان في الطرف اليميني فيكفي حذف السلسلة التي تحوي هذا المتحول

2. **التخلص من ε** فإذا كان لدينا قاعدة من الشكل $A \to \varepsilon : A \in V$ عندئذ نقوم بتعويض A بـ ε في باقي القواعد مع أخذ جميع الاحتمالات الممكنة وتضاف إلى القواعد

3. **التخلص من القواعد الأحادية** وهي القواعد التي من الشكل $A,B \in V$ حيث $A \to B$ ولحذف هذه القواعد نقوم باستبدال B بما يقابلها في القواعد الموجودة.

مثال1: اختزل القواعد خارج السياق التالية وذلك بحذف الرموز غير المفيدة .

$$S \to A\,B \mid a$$
$$A \to b$$

أولاً نتخلص من المتحولات التي لا تؤدي إلى رموز صغيرة نلاحظ أن A تعطي رمز صغير أما B لا فنقوم بحذف AB

$$S \to a$$
$$A \to b$$

ثانياً نتخلص من المتحولات التي لا يوجد لها طريق من الحالة الابتدائية فنحذف A مع قواعدها فنحصل على

$$S \to a$$

مثال 2: اختزل القواعد خارج السياق التالية وذلك بحذف الرموز غير المفيدة .

$$
\begin{aligned}
S &\to A\,C \mid B \\
A &\to a \\
C &\to c \mid B\;C \\
E &\to a\,A \mid e
\end{aligned}
$$

أولاً نتخلص من المتحولات التي لا تؤدي إلى رموز صغيرة ونلاحظ أن B هي الوحيدة التي لا تعطي رموز صغيرة فنحذف B

$$
\begin{aligned}
S &\to A\,C \\
A &\to a \\
C &\to c \\
E &\to a\,A \mid e
\end{aligned}
$$

ثانياً نتخلص من المتحولات التي لا يوجد لها طريق من الحالة الابتدائية نلاحظ يوجد E لا يوجد انتقال من رمز البداية إليها S تنقلنا إلى A,C وكلاهما لا ينقلنا إلى E فنقوم بحذفها ونحصل على ما يلي:

$$
\begin{aligned}
S &\to A\,C \\
A &\to a \\
C &\to c
\end{aligned}
$$

مثال 3: اختزل القواعد خارج السياق التالية وذلك بالتخلص من ε

$$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid \varepsilon$$

نعوض كل S بـ ε فنحصل على سلسلتين جديدتين aa,bb ونتخلص من السلسلة الفارغة في القواعد.

$$S \rightarrow aSa \mid bSb \mid aa \mid bb$$

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

مثال 4: اختزل القواعد خارج السياق التالية وذلك بالتخلص من ε

$$S \rightarrow a\ A\ B$$
$$A \rightarrow a\ A\ A \mid \varepsilon$$
$$B \rightarrow b\ B\ B \mid \varepsilon$$

نعوض كل A,B بـ ε فنحصل على حالات جديدة ونتخلص من السلسلة الفارغة في القواعد.

$$S \rightarrow a\ A\ B \mid a\ B \mid a\ A \mid a$$
$$A \rightarrow a\ A\ A \mid a\ A \mid a$$
$$B \rightarrow b\ B\ B \mid b\ B \mid b$$

مثال 5: اختزل القواعد خارج السياق التالية وذلك بالتخلص من ε

$$S \rightarrow A\,S\,B \mid \varepsilon$$
$$A \rightarrow a\,A\,S \mid a$$
$$B \rightarrow S\,b\,S \mid b\,b \mid A$$

نعوض كل S بـ ε فنحصل على حالات جديدة ونتخلص من السلسلة الفارغة في القواعد.

$$S \rightarrow A\,S\,B \mid A\,B$$
$$A \rightarrow a\,A\,S \mid a \mid a\,A$$
$$B \rightarrow S\,b\,S \mid b\,b \mid A \mid S\,b \mid b\,S \mid b$$

مثال 6: اختزل القواعد خارج السياق التالية وذلك بالتخلص من القواعد الاحادية

$$A \rightarrow B$$
$$B \rightarrow a$$

نلاحظ أن A تنتقل إلى B وأن B تنتقل إلى a وبالتالي يمكن القول أننا يمكننا الانتقال من A إلى a وكتابتها بالشكل :

$$A \rightarrow a$$

مثال 7: اختزل القواعد خارج السياق التالية وذلك بالتخلص من القواعد الاحادية

$$A \rightarrow a\,C \mid B$$
$$B \rightarrow X$$
$$X \rightarrow L$$
$$L \rightarrow b$$

نلاحظ أن B تنتقل سلسلة من المراحل وصولاً إلى b فيمكن كتابتها بالشكل المختصر:

$$A \rightarrow \; a\;C \mid b$$

مثال 8: اختزل القواعد خارج السياق التالية وذلك بالتخلص من القواعد الاحادية

$$S \rightarrow XY$$
$$X \rightarrow a$$
$$Y \rightarrow Z \mid b$$
$$Z \rightarrow M$$
$$M \rightarrow N$$
$$N \rightarrow a$$

نلاحظ يمكن كتابتها بالشكل المختصر:

$$S \rightarrow XY$$
$$X \rightarrow a$$
$$Y \rightarrow a \mid b$$

مثال 9: حول القواعد التالية إلى صيغة تشومسكي المعيارية بعد التخلص من القواعد الأحادية ومن ثم التخلص من ε

$$S \to L S b S \mid b S a S \mid \varepsilon$$
$$L \to H$$
$$H \to a$$

أولاً نتخلص من القواعد الأحادية

$$S \to L S b S \mid b S a S \mid \varepsilon$$
$$L \to a$$

ثانياً نتخلص من ε فنحصل على القواعد التالية

$$S \to L S b S \mid b S a S \mid L b S \mid L S b \mid L b \mid b a S \mid b S a \mid b a$$
$$L \to a$$

وأخيراً نحول إلى صيغة تشومسكي المعيارية

$$S \to E D \mid D F \mid L D \mid E C_b \mid L C_b \mid C_b F \mid D L \mid C_b L$$
$$E \to L S$$
$$D \to C_b S$$
$$C_b \to b$$
$$F \to L S$$
$$L \to a$$

مثال 10 : حول القواعد التالية إلى صيغة تشومسكي المعيارية بعد التخلص من ε ثم الرموز غير المفيدة

$$S \to ASB \mid aD \mid \varepsilon$$
$$A \to aAS \mid a$$
$$B \to SbS \mid a \mid bb$$
$$R \to a$$

أولاً نتخلص من ε ونضيف الحالات الجديدة

$$S \to ASB \mid aD \mid AB$$
$$A \to aAS \mid a \mid aA$$
$$B \to SbS \mid a \mid bb \mid Sb \mid bS \mid b$$
$$R \to a$$

ثانياً نتخلص من الرموز غير المفيدة وفق خطوتين متتاليتين

نتخلص من المتحولات التي لا تؤدي إلى رموز صغيرة وهي D ونحصل على التالي:

$$S \to ASB \mid AB$$
$$A \to aAS \mid a \mid aA$$
$$B \to SbS \mid a \mid bb \mid Sb \mid bS \mid b$$
$$R \to a$$

نتخلص من المتحولات التي لا يوجد طريق من رمز البداية لها وهي Rهنا فنحصل على التالي:

$$S \to A\,S\,B \mid A\,B$$
$$A \to a\,A\,S \mid a \mid a\,A$$
$$B \to S\,b\,S \mid a \mid b\,b \mid S\,b \mid b\,S \mid b$$

الآن يمكن التحويل إلى صيغة تشومسكي المعيارية

$$S \to D_{AS}\,B \mid A\,B$$
$$D_{AS} \to A\,S$$
$$A \to C_a\,D_{AS} \mid a \mid C_a\,A$$
$$C_a \to a$$
$$B \to E_{SB}\,S \mid a \mid C_b\,C_b \mid S\,C_b \mid C_b\,S \mid b$$
$$E_{SB} \to S\,C_b$$
$$C_b \to b$$

حيث كل انتقال إما رمز صغير أو رمزين كبيرين

PUSH DOWN AUTOMATA الأوتومات بمكدس

هو أوتومات يقبل اللغات خارج السياق ويتألف من أوتمات منتهي ومكدس عبارة عن ذاكرة

يعرف الأوتومات بمكدس $M=(Q,\sum,\Gamma,\delta,S,F)$ حيث :

Q مجموعة منتهية من الحالات

$\sum$ هي الأبجدية المكونة للسلاسل

Γ هي رموز المكدس المنتهية

δ هي تابع الانتقال من الشكل $\delta(q,a,c)=(q',b)$ حيث c قمة المكدس ، b الرمز الذي سيتم استبداله في قمة المكدس

S هو الحالة الابتدائية

F مجموعة الحالات التي ينتهي عندها الأوتومات

يوجد عمليات على المكدس أهمها :

1. العملية push التي هي ادخال رمز إلى قمة المكدس $\delta(q,a,\varepsilon)=(q',b)$
2. العملية pop التي هي إزالة رمز من المكدس $\delta(q,a,c)=(q',\varepsilon)$
3. الانتقال من حالة إلى حالة دون قراءة رمز ادخال ولا تغيير في المكدس $\delta(q,\varepsilon,\varepsilon)=(q',\varepsilon)$
4. الانتقال من حالة إلى حالة مع قراءة رمز دون اجراء تغيير في المكدس $\delta(q,a,\varepsilon)=(q',\varepsilon)$

الأوتومات المنتهي بمكدس الحتمي واللاحتمي

الأوتومات المنتهي بمكدس قد يكون حتمي أو لا حتمي
الأوتومات يكون حتمي عندما يكون هناك من أجل كل حالة من حالات الاوتومات انتقال محدد وحيد مقابل لكل رمز من رموز الأبجدية وتكون الكلمة مقبولة عندما نصل إلى مكدس فارغ مع انتهاء الكلمة

وفي حال وجود عدة انتقالات ممكنة من أجل حالة معينة ورمز معين من رموز الابجدية أو لم يتم تحديد انتقال من أجل حالة معينة ورمز معين عندئذ يكون الأوتومات لاحتمي وتكون الكلمة مقبولة عندما يوجد طريق نصل إلى مكدس فارغ مع انتهاء الكلمة

مثال1 : عرف اوتومات بمكدس يقبل اللغة خارج السياق

$L=\{a^nb^n; n>=0\}$

يعرف الاوتومات كما يلي : $M=(\{S,P\},\{a,b\},\{a\},\delta,S,\{P\})$

حيث يعطى تابع الانتقال كالتالي:

$\delta(S,a,\varepsilon)=(S,a)$

$\delta(S,\varepsilon,\varepsilon)=(P,\varepsilon)$

$\delta(P,b,a)=(P,\varepsilon)$

تحقق فيما إذا كانت السلسلة aabb تنتمي للأوتومات

الاوتومات منتهي لاحتمي يوجد طريق يؤدي إلى مكدس فارغ مع انتهاء الكلمة

state	Unread input	stack
S	aabb	ε
S	abb	a
S	bb	aa
P	bb	aa
P	b	a
p	ε	ε

مثال 2 : عرف اوتومات بمكدس يقبل اللغة خارج السياق $L=\{a^ncb^n; n>=0\}$

يعرف الاوتومات كما يلي : $M=(\{S,P\},\{a,b,c\},\{a\},\delta,S,\{P\})$

حيث يعطى تابع الانتقال كالتالي:

$\delta(S,a,\varepsilon)=(S,a)$

$\delta(S, c,\varepsilon)=(P, \varepsilon)$

$\delta(P,b,a)=(P, \varepsilon)$

ومنه تكون الكلمة مقبولة عندما نصل إلى مكدس فارغ مع انتهاء الكلمة

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

مثال 3 : عرف اوتومات بمكدس يقبل اللغة خارج السياق $L=\{a^n c^m b^{n+m};\ n,m>=0\}$

يعرف الاوتومات كما يلي : $M=(\{S,P\},\{a,b\},\{a\},\delta,S,\{q\})$

حيث يعطى تابع الانتقال كالتالي:

$\delta(S,a,\varepsilon)=(S,a)$

$\delta(S,c,\varepsilon)=(P,c)$

$\delta(S,b,a)=(q,\ \varepsilon)$

$\delta(P,c,\varepsilon)=(P,c)$

$\delta(P,b,c)=(q,\ \varepsilon)$

$\delta(q,b,c)=(q,\ \varepsilon)$

$\delta(q,b,a)=(q,\ \varepsilon)$

ومنه تكون الكلمة مقبولة عندما نصل إلى مكدس فارغ مع انتهاء الكلمة

مثال 4 : عرف اوتومات بمكدس يقبل اللغة خارج السياق $L=\{a^n cb^n d;\ n>0\}$

يعرف الاوتومات كما يلي : $M=(\{S,P,q,R\},\{a,b,cd\},\{a\},\delta,S,\{R\})$

حيث يعطى تابع الانتقال كالتالي:

$\delta(S,a,\varepsilon)=(S,a)$

$\delta(S,c,\varepsilon)=(P,\varepsilon)$

$\delta(P,b,a)=(q,\ \varepsilon)$

$\delta(q,b,a)=(q,\ \varepsilon)$

$\delta(q,d,\varepsilon)=(R,\ \varepsilon)$

ومنه تكون الكلمة مقبولة عندما نصل إلى مكدس فارغ مع انتهاء الكلمة

مثال 5 : عرف اوتومات بمكدس يقبل اللغة خارج السياق $L=\{1^n0^{n+1};\ n>0\}$

يعرف الاوتومات كما يلي : $M=(\{S,P\},\{0,1\},\{1\},\delta,S,\{q\})$

حيث يعطى تابع الانتقال كالتالي:

$\delta(S,1,\varepsilon)=(p,11)$

$\delta(p,1,\varepsilon)=(P,1)$

$\delta(P,0,1)=(q,\ \varepsilon)$

$\delta(q,0,1)=(q,\ \varepsilon)$

ومنه تكون الكلمة مقبولة عندما نصل إلى مكدس فارغ مع انتهاء الكلمة

مثال 6 : عرف اوتومات بمكدس يقبل اللغة خارج السياق $L=\{1^{n+1}0^n;\ n>0\}$

يعرف الاوتومات كما يلي : $M=(\{S,P\},\{0,1\},\{1\},\delta,S,\{q\})$

حيث يعطى تابع الانتقال كالتالي:

$\delta(S,1,\varepsilon)=(p,\varepsilon)$

$\delta(p,1,\varepsilon)=(P,1)$

$\delta(P,0,1)=(q,\varepsilon)$

$\delta(q,0,1)=(q,\varepsilon)$

ومنه تكون الكلمة مقبولة عندما نصل إلى مكدس فارغ مع انتهاء الكلمة

جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

مثال7 : عرف اوتومات بمكدس يقبل اللغة خارج السياق $L=\{a^n c^m b^{2(n+m)};\ n,m>0\}$

يعرف الاوتومات كما يلي : $M=(\{S,P,q\},\{a,b,c\},\{a,c\},\delta,S,\{q\})$

حيث يعطى تابع الانتقال كالتالي:

$\delta(S,a,\varepsilon)=(S,aa)$

$\delta(S,c,\varepsilon)=(P,cc)$

$\delta(P,c,\varepsilon)=(P,cc)$

$\delta(P,b,c)=(q,\varepsilon)$

$\delta(q,b,c)=(q,\varepsilon)$

$\delta(q,b,a)=(q,\varepsilon)$

ومنه تكون الكلمة مقبولة عندما نصل إلى مكدس فارغ مع انتهاء الكلمة

مثال8 : عرف اوتومات بمكدس يقبل اللغة خارج السياق

$L=\{ab^nak^{n+2} \; ; n>0\}$

$\delta(S,a,\varepsilon)=(p,\varepsilon)$

$\delta(p,b,\varepsilon)=(q,bbb)$

$\delta(q,b,\varepsilon)=(q,b)$

$\delta(q,a,\varepsilon)=(f,\varepsilon)$

$\delta(f,k,b)=(f,\varepsilon)$

هل السلسلة abakkk يقبلها الاوتومات وضح من خلال الجدول

state	Unread input	stack
s	abakkk	ε
p	bakkk	ε
q	akkk	bbb
f	kkk	bbb
f	kk	bb
f	k	b
f	ε	ε

مثال 9: عرف اوتومات بمكدس يقبل اللغة خارج السياق $L=\{wcw^R; w\in \{a,b\}\}$

يعرف الاوتومات كما يلي : $M=(\{S,P\},\{a,b,c\},\{a,b\},\delta,S,\{P\})$

حيث يعطى تابع الانتقال كالتالي:

$$\delta(S,a,\varepsilon)=(S,a)$$

$$\delta(S,b,\varepsilon)=(S,b)$$

$$\delta(S,c,\varepsilon)=(P,\varepsilon)$$

$$\delta(P,a,a)=(P,\varepsilon)$$

$$\delta(P,b,b)=(P,\varepsilon)$$

ومنه تكون الكلمة مقبولة عندما نصل إلى مكدس فارغ مع انتهاء الكلمة

مثال10 : عرف اوتومات بمكدس يقبل اللغة خارج السياق

$L=\{ww^R;w\in \{a,b\}^*\}$

يعرف الاوتومات كما يلي : $M=(\{S,P\},\{a,b\},\{a\},\delta,S,\{P\})$

حيث يعطى تابع الانتقال كالتالي:

$\delta(S,a,\varepsilon)=(S,a)$

$\delta(S,b,\varepsilon)=(S,b)$

$\delta(S,\varepsilon,\varepsilon)=(P,\varepsilon)$

$\delta(P,a,a)=(P,\varepsilon)$

$\delta(P,b,b)=(P,\varepsilon)$

تحقق فيما إذا كانت السلسلة aabbaa تنتمي للأوتومات

الاوتومات منتهي لاحتمي يوجد طريق يؤدي إلى مكدس فارغ مع انتهاء الكلمة

state	Unread input	stack
s	aabbaa	ε
s	abbaa	a
s	bbaa	aa
s	baa	aab
p	baa	aab
P	aa	aa
p	a	a
p	ε	ε

الأوتومات ميلي MEALY AUTOMATA

هو أوتومات حسابي يمكن أن يقرأ ويكتب فقط دون أن يمحي شرط أن تكون طول كلمة الدخل تساوي طول كلمة الخرج

يعرف الأوتومات ميلي $M=(Q,\sum,R,\delta,S)$ حيث :

Q مجموعة منتهية من الحالات

$\sum$ هي الأبجدية المكونة لسلاسل الدخل

R هي الأبجدية المكونة لسلاسل الخرج

δ هي تابع الانتقال من الشكل $\delta(q,a)=(q',b)$

S هو الحالة الابتدائية

مثال 1 : عرف اوتومات ميلي لحساب $F(x1,x2,..,xn)=y1,y2,..,yn$

حيث $yi = \sum_{j=1}^{i} xj$

يعرف الاوتومات كما يلي : $M=(\{S0,S1,S2\},\{0,1\},\{0,1\},\delta,S)$

حيث يعطى تابع الانتقال كالتالي:

$\delta(S0,0)=(S1,0)$

$\delta(S0,1)=(S2,1)$

$\delta(S1,0)=(S1,0)$

$\delta(S1,1)=(S2,1)$

$\delta(S2,0)=(S2,1)$

$\delta(S2,1)=(S1,0)$

مثال 2 : عرف اوتومات ميلي لحساب F(x1,x2,..,xn)=y1,y2,..,yn

حيث $y1 = x1 \quad , \quad yi = x_i + x_{i-1}$

يعرف الاوتومات كما يلي : M=({S0,S1,S2},{0,1},{0,1},δ,S)

حيث يعطى تابع الانتقال كالتالي:

δ(S0,0)=(S1,0)

δ(S0,1)=(S2,1)

δ(S1,0)=(S1,0)

δ(S1,1)=(S2,1)

δ(S2,0)=(S1,1)

δ(S2,1)=(S2,0)

مثال 3 : عرف اوتومات ميلي لحساب F(x1,x2,..,xn)=y1,y2,..,yn

حيث $y1 = x1 \quad , \quad yi = x_{i-1} - x_i$

يعرف الاوتومات كما يلي : M=({S0,S1,S2},{0,1},{0,1},δ,S)

حيث يعطى تابع الانتقال كالتالي:

δ(S0,0)=(S1,0)

δ(S0,1)=(S2,1)

δ(S1,0)=(S1,0)

δ(S1,1)=(S2,0)

δ(S2,0)=(S1,1)

δ(S2,1)=(S2,0)

مثال 4 : عرف اوتومات ميلي لحساب $F(x1,x2,..,xn)=y1,y2,..,yn$

حيث

$$yi = 1 \qquad if \ \sum_{j=1}^{i} xj \ mod \ 2 = 0$$

$$yi = 0 \qquad if \ \sum_{j=1}^{i} xj \ mod \ 2 = 1$$

يعرف الاوتومات كما يلي : $M=(\{S0,S1\},\{0,1\},\{0,1\},\delta,S)$

حيث يعطى تابع الانتقال كالتالي:

$\delta(S0,0)=(S0,1)$

$\delta(S0,1)=(S1,0)$

$\delta(S1,0)=(S1,0)$

$\delta(S1,1)=(S0,1)$

مثال 5 : عرف اوتومات ميلي لحساب

F(x1,x2,..,xn)=y1,y2,..,yn حيث $yi = 1 + x_i$

δ(S0,0)=(S0,1)

δ(S0,1)=(S1,0)

δ(S1,0)=(S0,1)

δ(S1,1)=(S1,0)

أو

δ(S0,0)=(S0,1)

δ(S0,1)=(S0,0)

انتهت محاضرات الأسبوع 4