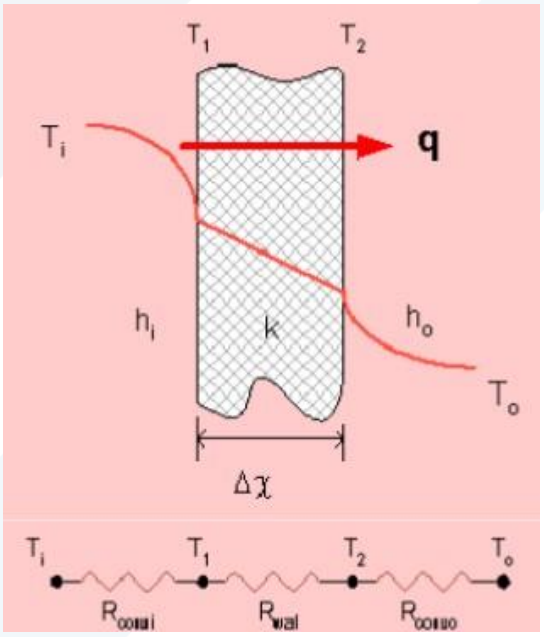
معامل انتقال الحرارة الكلي Overall heat transfer coefficient

يمكن توصيف انتقال الحرارة خلال جدار محاط بمائعين من جهتيه، الشكل 17 بالمعادلة التالية:

$$q = U \times A \times (T_i - T_o) \qquad (15)$$

حيث أن U هو معامل انتقال الحرارة الكلي. يمكن كتابة المعادلة السابقة بالشكل التالي:

$$q = \frac{(T_i - T_o)}{\frac{1}{U \times A}} \qquad (16)$$



الشكل (17): انتقال الحرارة بالحمل والتوصيل.

بمقارنة المعادلة 16 بالمعادلة 13 يمكن استنتاج الآتي:

$$\frac{1}{UA} = R_{conv_i} + R_{cond} + R_{conv_o}$$

أو بصورة أخرى:

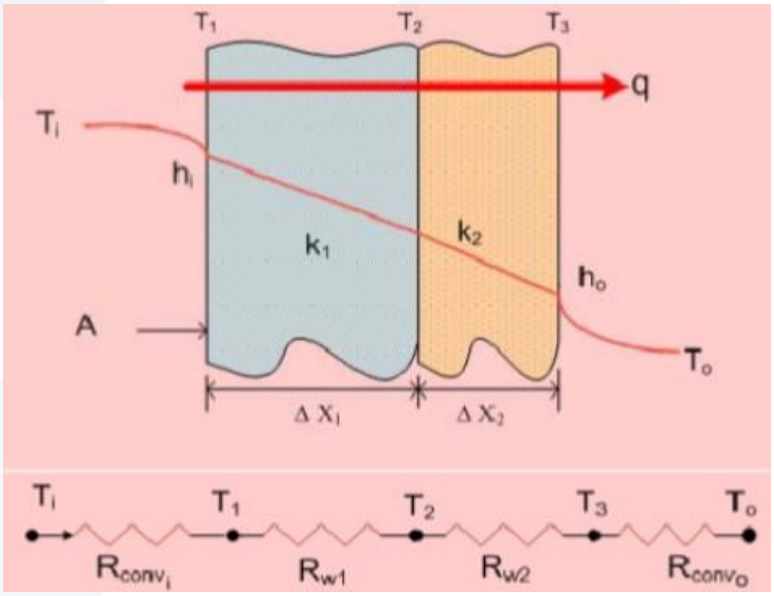
$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{h_i A} + \frac{\Delta x}{kA} + \frac{1}{h_o A}$$

$$\rightarrow \frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{\Delta x}{k} + \frac{1}{h_o} \qquad (17)$$

من المعادلة 17 يمكننا أن نحسب معامل انتقال الحرارة الكلي لجدار مكون من طبقة واحدة وعلى جانبيه حمل داخليله معامل انتقال حرارة بالحمل h_i وحمل خارجي له h_o.

وبالمثل يمكن استنتاج معادلة معامل انتقال الحرارة الكلي لجدار مركب (مكون من طبقتين) وعلى جانبيه حمل داخلي وخارجي (الشكل 18) كالتالي:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{\Delta x_1}{k_1} + \frac{\Delta x_2}{k_2} + \frac{1}{h_o} \qquad (18)$$



الشكل (18):معامل انتقال الحرارة الكلي لجدار مركب مع الحمل.

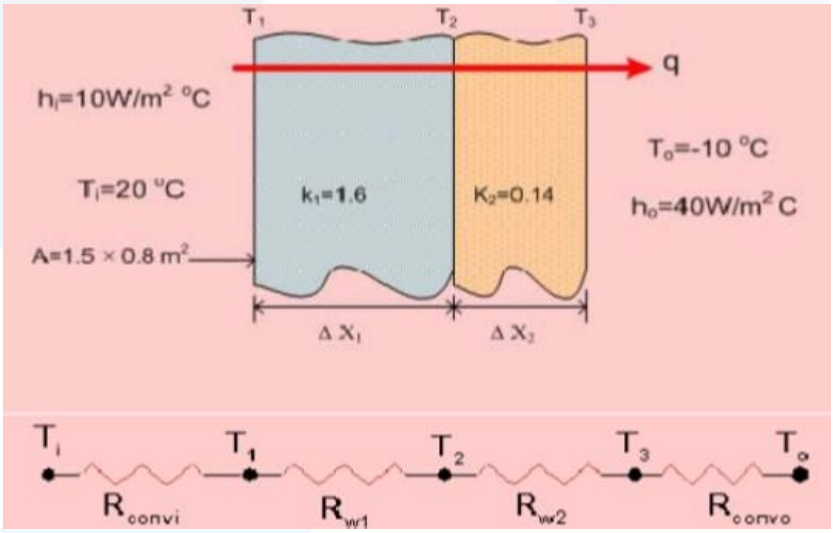
وبصورة عامة يمكن كتابة معامل انتقال الحرارة الكلي لجدار مكونمن عدة طبقات كالتالي:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \sum \frac{\Delta x}{k} + \frac{1}{h_o} \qquad (19)$$

حيث $\sum \frac{\Delta x}{k}$ مجموع مقاومات الطبقات المكونة للجدار و h_i ، h_o معاملات انتقال الحرارة بالحمل في الداخل والخارج.

مثال (8):

في الشـكل رقم 19 احسـب معامل انتقال الحرارة الكلي U ، معدل انتقال الحرارة، درجة الحرارة T_3 . اتخذ سـمك طبقة الجدار الداخلية $150\ mm$ وسمك طبقة الجدار الخارجية $50\ mm$.



الشكل (19): رسم للمثال رقم 8.

الحل:

لحساب معامل انتقال الحرارة الكلي U نستخدم المعادلة 19

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_i} + \frac{\Delta x_1}{k_1} + \frac{\Delta x_2}{k_2} + \frac{1}{h_o}$$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{10} + \frac{0.15}{1.6} + \frac{0.05}{0.14} + \frac{1}{40} = 0.57589$$

$$\rightarrow U = 1.736 \ \frac{W}{m^{2}\text{°C}}$$

لحساب معدل انتقال الحرارة q نستخدم المعادلة 15

$$q = U \times A \times (T_i - T_o)$$

$$q = 1.736 \times 1.5 \times 0.8 \times \big(20 - (-10)\big) = 62.496\ W$$

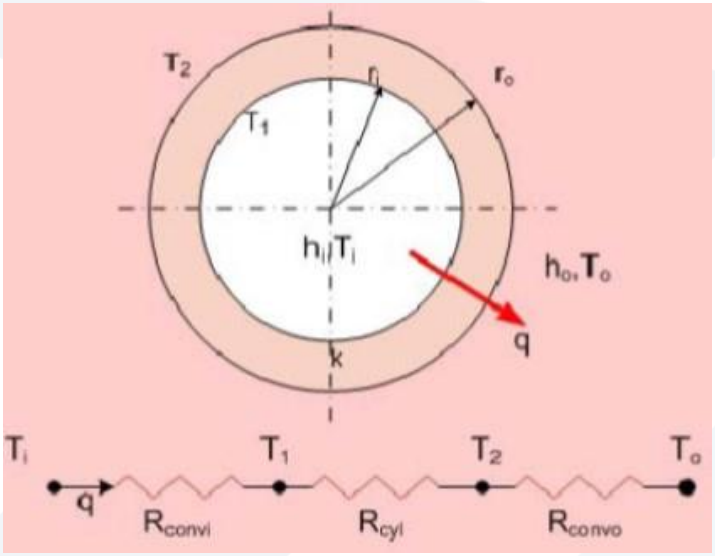
لحساب درجة الحرارة T_3 نستخدم قانون نيوتن للتبريد بين السطح الخارجي والمائع الخارجي:

$$q = \frac{(T_3 - T_o)}{\frac{1}{h_o \times A}}$$

$$\rightarrow 62.496 = \frac{(T_3 + 10)}{\frac{1}{40 \times 1.5 \times 0.8}} \rightarrow T_3 = -8.7\ \text{°C}$$

معامل انتقال الحرارة الكلي U في حالة اسطوانة مجوفة مع حمل داخلي وخارجي

يوضح الشكل 20 اسطوانة مجوفة طولها L ونصف قطرها الداخلي r_i ونصف قطرها الخارجي r_o ومعامل انتقال الحرارة بالتوصيل لمادة الاسطوانة يساوي k. درجة حرارة المائع داخل الاسطوانة T_i ومعامل انتقال الحرارة بالحمل للمائع h_i ودرجة حرارة المائع حول الاسطوانة T_o وعامل انتقال الحرارة بالحمل للمائع الخارجي h_o .



الشكل (20): انتقال الحرارة خلال اسطوانة من طبقة واحدة مع الحمل.

يمكن حساب معدل انتقال الحرارة من داخل الاسطوانة إلى خارجها كالتالي:

مقاومة المائع الداخلي (حمل داخلي): $R_{convi} = \frac{1}{h_i A_i}$

مقاومة مادة الاسطوانة (توصيل): $R_{cyl} = \frac{\ln\frac{r_o}{r_i}}{2\pi k l}$

مقاومة المائع الخارجي (حمل خارجي): $R_{convo} = \frac{1}{h_o A_o}$

يمكن التعويض في معادلة انتقال الحرارة خلال عدة طبقات كالتالي:

$$q = \frac{T_i - T_o}{\sum R} = \frac{T_i - T_o}{\frac{1}{h_i A_i} + \frac{\ln\frac{r_o}{r_i}}{2\pi k l} + \frac{1}{h_o A_o}} \qquad (20)$$

حيث أن A_i و A_o هما مساحة السطح الداخلية ومساحة السطح الخارجية للأسطوانة بالترتيب. إذا أسس معامل انتقال الحرارة الكلي على المساحة الداخلية U_i يمكن التعبير عن معدل انتقال الحرارة كالتالي:

$$q = U_i A_i (T_i - T_o) \quad (21)$$

بمقارنة المعادلات 21 و 20 يمكن بسهولة استنتاج قيمة معامل انتقال الحرارة الكلي مؤسساً على الماسحة الداخلية أو مؤسساً على المساحة الخارجية. عليه فإن:

$$\frac{1}{U_i} = \frac{1}{h_i} + \frac{A_i \ln \frac{r_o}{r_i}}{2\pi kl} + \frac{A_i}{h_o A_o}$$

وإذا أسس معامل انتقال الحرارة الكلي على المساحة الخارجية U_o فإنه يمكن التعبير عن معدل انتقال الحرارة بالمعادلة التالية:

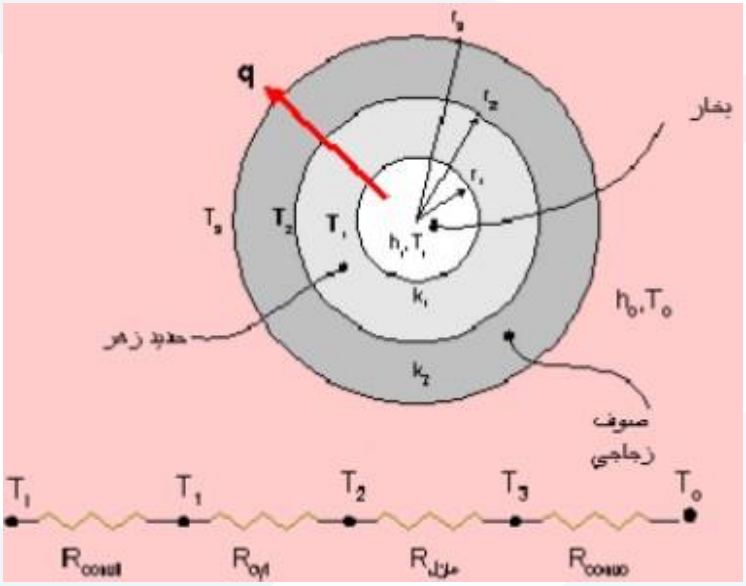
$$q = U_o A_o (T_i - T_o) \quad (22)$$

وبالمثل فإن معامل انتقال الحرارة الكلي مؤسساً على المساحة الخارجية يعبر عنه كالتالي:

$$\frac{1}{U_o} = \frac{A_o}{h_i A_i} + \frac{A_o \ln \frac{r_o}{r_i}}{2\pi kl} + \frac{1}{h_o}$$

مثال (9):

يسري بخار عند درجة حرارة $320^{\circ}C$ خلال أنبوب من الحديد الزهر $k = 80\ W/m^{\circ}C$ قطره الداخلي $5\ cm$ وقطرة الخارجي $5.5\ cm$ محاط بالهواء الخارجي عند درجة حرارة $5^{\circ}C$. تم عزل الأنبوب بطبقة من الصوف الزجاجي سمكها $3\ cm$ معامل التوصيل الحراري له $k = 0.05\ W/m^{\circ}C$ فإذا كان معامل انتقال الحرارة للحمل الداخلي وللحمل الخارجي هما على الترتيب $60\ W/m^2{}^{\circ}C$ و $18\ W/m^2{}^{\circ}C$، احسب معدل فقدان الحرارة من البخار لكل متر طولي من الأنبوب. احسب أيضاً درجة حرارة الأنبوب الخارجية قبل العزل.



الشكل (21): للمثال 9.

الحل:

تتكون المقاومة الحرارية لانتقال الحرارة من أربع مقاومات على التوالي هي مقاومة البخار ومقاومة الحديد الزهر ومقاومة الصوف الزجاجي ومقاومة الهواء الخارجي كما هو مبين بالشكل 21. نحسب أولاً مساحة سطح الأنبوب الداخلية ومساحة سطح الأنبوب الخارجية كالتالي:

$$A_i = 2\pi r_i l = 2\pi \times 0.025 \times 1 = 0.157\ m^2$$

$$A_o = 2\pi r_o l = 2\pi \times 0.0575 \times 1 = 0.361\ m^2$$

ثم نحسب المقاومات:

$$R_{convi} = \frac{1}{h_i A_i} = \frac{1}{0.157 \times 60} = 0.106\ \frac{°C}{W}$$

$$R_{cyl} = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi k l} = \frac{\ln \frac{2.75}{2.5}}{2\pi \times 80 \times 1} = 0.0002\ \frac{°C}{W}$$

$$R_{insulation} = \frac{\ln \frac{r_3}{r_2}}{2\pi kl} = \frac{\ln \frac{5.75}{2.75}}{2\pi \times 0.05 \times 1} = 2.35 \ \frac{°C}{W}$$

$$R_{convo} = \frac{1}{h_o A_o} = \frac{1}{18 \times 0.361} = 0.154 \ \frac{°C}{W}$$

إذن مجموع المقاومات تساوي:

$$R_{tot} = \sum R = 0.106 + 0.0002 + 2.35 + 0.154 = 2.54 \ \frac{°C}{W}$$

ومعدل انتقال الحرارة q:

$$q = \frac{T_i - T_o}{\sum R} = \frac{320 - 5}{2.61} = 120.7 \ \frac{W}{m}$$

لحساب درجة الحرارة بين الأنبوب والعازل:

$$q = \frac{T_i - T_2}{R_{convi} + R_{cyl}} = \frac{320 - T_2}{0.106 + 0.0002} = 120.7$$

$$\rightarrow T_2 = 307.18 \ °C$$

العزل الحراري Thermal Insulation

العازل الحراري هو مادة أو عدة مواد تستخدم أساساً لتقاوم سريان الحرارة خلالها. تصنع معظم المواد العازلة الحرارية من مجموعة مواد ذات موصلية حرارية منخفضة وغالباً ما تكون فيها جيوب هوائية. وهذا غير مستغرب إذ أن الهواء متوفر وله واحدة من أقل الموصليات الحرارية بين مختلف المواد. كما ذكرنا فإن العزل الحراري يستخدم كمقاوم للحرارة ويلعب دوراً أساسياً في تصميم وتصنيع كل النظم التي تراعى فيها عملية حفظ وتوفير الطاقة. لقد أجريت دراسة عام

1991 أثبتت أن العزل الحراري في النظم الحرارية وفر ما قدره 60 بليون دولار في الولايات المتحدة الأمريكية وذلك عندما استخدمت العوازل المناسبة وتمت صيانة نظم العزل القديمة.

إن العزل الحراري ليس وقفاً على الأسطح الساخنة فقط وإنما يستخدم أيضاً في عزل الأسطح الباردة مثل خطوط الماء المثلج ومجاري الهواء في نظم التكييف والتبريد المركزي ومستودعات الخزن البارد والشاحنات الباردة. ويستخدم العزل أيضاً في الثلاجات المركزية (الشكل 22) لتقليل الحرارة المتسربة من الجو المحيط إلى الثلاجة. كما تعزل المنازل لتقليل استهلاك الكهرباء في تكييف المنزل.

الشكل (22): العازل في الثلاجة المنزلية يقلل من انتقال الحرارة لداخلها.

من أهم العوازل المستخدمة في مجال التدفئة والتكييف المركزي الفلين *cork* ولارتفاع ثمنه يستخدم بدلاً عنه الزجاج الليفي *fiberglass* والذي يأتي في عدة أشكال مختلفة.

السمك الحرج للعازل Insulation Critical Thickness

من المعروف أنه بإضافة مادة عازلة لجدار ما يقلل من معدل انتقال الحرارة خلال ذلك الجدار وأن زيادة سمك المادة العازلة دائماً يزيد في التقليل من معدل انتقال الحرارة. أي بمعنى كلما زاد سمك العازل قل معدل انتقال الحرارة. وهذا

المفهوم متوقع لأن مساحة سطح الجدار A ثابتة وإضافة مادة العازللسمك تزيد من المقاومة الحرارية للجدار دون أن تؤثر على المقاومة الحرارية للحمل.

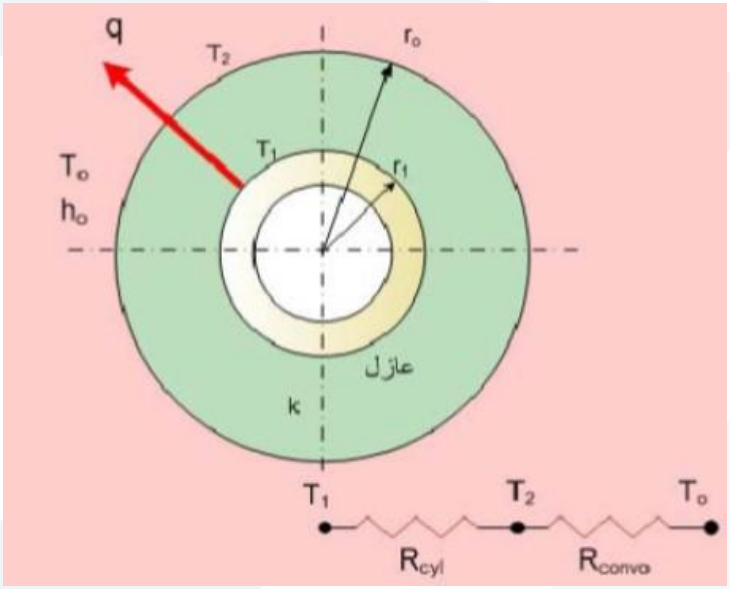
أما في حالة الأنابيب الأسطوانية والأشكال الكروية فإن زيادة سمك العازل يزيد من المقاومة الحرارية بالتوصيل لمادة العزل ولكنه يقلل من المقاومة الحرارية بالحمل للسطح الخارجي نتيجة لزيادة مساحة السطح الخارجي. وبالتالي يزداد أو يقل معدل انتقال الحرارة تبعاً لغلبة أي من المقاومتين:

لو أخذنا أنبوباً اسطوانياً (الشكل 23) له نصف قطر خارجي r_1 ودرجة حرارة سطحه الخارجي T_1 ومعزول بمادة عازلة لها موصلية حرارية قدرها k والقطر الخارجي للعازل r_o . تفقد الحرارة للجو المحيط الذي درجة حرارته T_o ومعامل انتقال حرارة بالحمل h. يمكن التعبير عن معدل انتقال الحرارة q من سطح الأنبوب إلى البيئة المحيطة بالمعادلة التالية:

$$q = \frac{T_1 - T_o}{\frac{\ln \frac{r_o}{r_1}}{2\pi k l} + \frac{1}{h_o(2\pi r_o l)}}$$

ونلاحظ من هذه المعادلة أن q لها قيمة عظمى عند قيمة معينة ل r_o. ولحساب نصف القطر نفاضل هذه المعادلة بالنسبة ل r_o ثم نساوي التفاضل بالصفر فنصل إلى الآتي:

$$r_o = \frac{k}{h_0} \qquad (23)$$



الشكل (23): اسطوانة معزولة مع حمل خارجي.

قيمة r_o المعطاة بواسطة المعادلة 23 هي ما يعرف بنصف القطر الحرج للعازل r_{cr} .

يمكن ملاحظة أن نصف القطر الحرج للعازل يعتمد على موصلية المادة للحرارة k ومعامل انتقال الحرارة بالحمل على سطح العازل h_o. ومعنى ذلك أن معدل انتقال الحرارة يصل إلى أعلى قيمة له عند نصف القطر الحرج للعازل r_{cr} ويقل معدل انتقال الحرارة عندما يزيد نصف قطر العازل أو يقل عن نصف القطر الحرج للعازل.

السؤال الهام والذي يجب أن نسأله دائما: هل نحن في حاجة لأخذ نصف القطر الحرج في الإعتبار دائماً عندما نعزل مثلاً أنابيبالمياه الحارة في نظم التكييف المركزي مثلاً؟ هل نتأكد من سمك العزل في هذه الأنابيب إن كان يجب أن يتعدى نصف القطر الحرج حتى نضمن أن معدل انتقال الحرارة سوف يقل؟

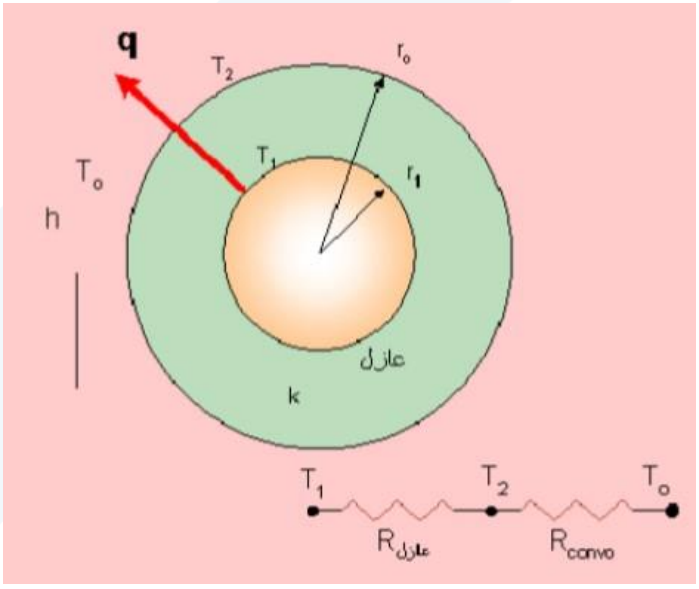
للإجابة عن هذا السؤال نحسب قيمة متوسط نصف القطر الحرج للعازل في حالة ماسورة معزولة بمادة لها معامل توصيل قدره $0.05\ W/m^{\circ}C$ كقيمة متوسطة ومعرضة للهواء حيث معامل الانتقال بالحمل الحر هو $5\ W/m^{\circ}C$ كقيمة متوسطة ايضاً. وبالتالي يكون نصف قطر العازل الحرج كالآتي:

$$r_{cr,max} = \frac{k_{max}}{h_{min}} = \frac{0.05}{5} = 0.01\ m = 1cm$$

وفي حالة الحمل الجبري سوف يكون أقل من ذلك بكثير بسبب الزيادة الكبيرة في قيمة h ولهذا السبب فإننا يمكن أن نعزل أنابيب الماء الحار والبخار بأي سمك من العازل دون الانزعاج من زيادة معدل انتقال الحرارة.

مثال (10):

سلك كهربائي معزول بمادة بلاستيكية $k = 0.15\ W/m°C$ قطره الداخلي $3\ mm$ وقطر عازله $7\ mm$ وطوله $5\ m$ موجود في وسط درجة حرارته $30\ °C$ ومعامل انتقال الحرارة بالحمل له $12\ W/m^2°C$. إذا كان التيار الكهربائي المار في هذا السلك يساوي $10\ A$ وفرق الجهد خلال هذا السلك كان $8\ Volt$ فاحسب درجة الحرارة بين السلك والعازل عند ظروف التشغيل المستقرة. احسب نفس درجة الحرارة عندما يكون السمك هو السمك الحرج للعازل.



الشكل (24): شكل لتوضيح المثال 10.

الحل:

يمكن أن نفترض أن معدل انتقال الحرارة يساوي الحرارة المولدة نتيجة سريان التيار الكهربائي خلال مقاومة السلك الكهربائية *resistant heating* وبالتالي فإن:

$$q = V \times I = 8 \times 10 = 80\ W$$

كما هو واضح في الشكل 24 فإنه يمكن حساب مقاومة مادة العازل ومقاومة الحمل الخارجي:

مقاومة الحمل الخارجي:

$$R_{convo} = \frac{1}{h \times 2\pi r_o l} = \frac{1}{12 \times 2\pi \times 0.0035 \times 5} = 0.76\ \frac{°C}{W}$$

مقاومة مادة العازل (توصيل):

$$R_{insul} = \frac{\ln \frac{r_o}{r_1}}{2\pi k l} = \frac{\ln \frac{3.5}{1.5}}{2\pi \times 0.15 \times 5} = 0.18\ \frac{°C}{W}$$

ومن قانون معدل انتقال الحرارة:

$$q = \frac{T_1 - T_o}{\sum R}$$

$$\rightarrow T_1 = T_o + \left(q \times \sum R\right) = 30 + 80 \times (0.76 + 0.18) = 105\ °C$$

عندما يكون السمك للعازل هو السمك الناتج من نصف القطر الحرج:

$$r_o = \frac{k}{h} = \frac{0.15}{12} = 0.0125\ m = 12.5\ mm$$

$$R_{convo} = \frac{1}{h \times 2\pi r_o l} = \frac{1}{12 \times 2\pi \times 0.0125 \times 5} = 0.2122\ \frac{°C}{W}$$

$$R_{insul} = \frac{\ln \frac{r_o}{r_1}}{2\pi kl} = \frac{\ln \frac{12.5}{1.5}}{2\pi \times 0.15 \times 5} = 0.45 \ \frac{℃}{W}$$

$$T_1 = T_o + \left(q \times \sum R\right) = 30 + 80 \times 0.6623 = 83 \ ℃$$