

الجلسة الرابعة

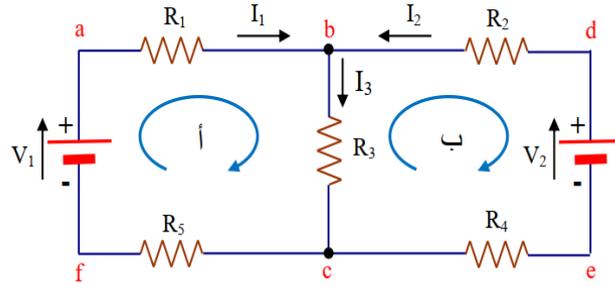
تطبيقات كيرشوف في حل الدارات الكهربائية

الغاية من الجلسة:

قمنا بالجلسات السابقة بتطبيق قوانين كيرشوف للجهد وللتيار على دارات بسيطة تحتوي على مصدر تغذية وحيد أما الغاية من هذه الجلسة تتمثل بكتابة عدد من المعادلات بعدد التيارات المرغوب بمعرفتها من خلال قانون الجهد في الدارات المغلقة وقانون التيار عند العقد لدارة ما والتي تحتوي على أكثر من مصدر للتغذية.

مقدمة:

حتى نفهم إجراءات هذه الجلسة سوف نقوم بدراسة الدارة المبينة أدناه للحصول على عناصر الدارة المطلوب حلها وفق الخطوات التالية:



- 1- نقوم بوضع الحلقات المستقلة المغلقة للدارة وفي مثالنا عدد الحلقات المستقلة هما أ، ب
- 2- نقوم بتحديد اتجاه التيارات في مختلف فروع الدارة كما هو مبين أعلاه وتطبيق قانون كيرشوف للتيار عند كل عقدة
- 3- تطبيق قانون كيرشوف للجهد عند كل حلقة مغلقة وكتابة معادلاتها
- 4- حل هذه المعادلات بالطرق التي نعرفها

وكتطبيق في مثالنا السابق نجد:

أولاً: نكتب كيرشوف للتيار عند العقدة b نجد:

$$I_3 = I_1 + I_2$$

كنا سنحصل على نفس المعادلة لو طبقنا كيرشوف عند العقدة c

ثانياً: نكتب كيرشوف للجهود للحلقة (أ) وللحلقة (ب) فنجد:

$$V_1 - R_1 I_1 - R_3 I_3 - R_5 I_1 = 0$$

$$V_2 = (R_2 + R_4) I_2 + R_3 I_3$$

يمكننا وضع المعادلات الأخيرة بالشكل:

$$\begin{cases} V_1 = (R_1 + R_3 + R_5)I_1 + R_3 I_2 \\ V_2 = R_3 I_1 + (R_2 + R_3 + R_4)I_2 \end{cases}$$

ويمكننا كتابتها بالشكل المص فوفة التالية:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 + R_5 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 + R_4 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

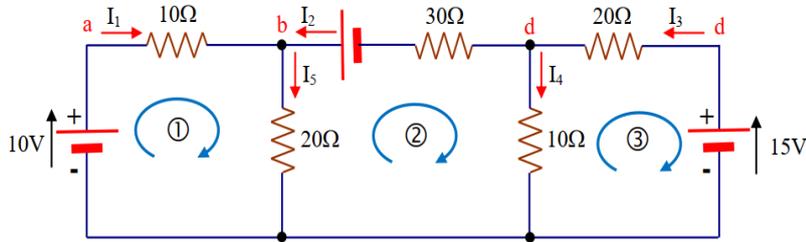
$$[V] = [R] * [I]$$

وهي عبارة عن قانون أوم في شكل مصفوفة

وبحلها نحصل على قيم التيارات المجهولة ثم نستخدم المعادلة للعقدة b لحساب التيار I_3

مثال تطبيقي عملي بالمخبر:

المطلوب بعد تنفيذ الدارة على البورد وتطبيق مصادر التغذية حساب قياس جميع تيارات الدارة أدناه



حل المثال السابق تحليلياً:

نلاحظ أن عدد التيارات المجهولة هي 5 أي سوف نحتاج إلى خمس معادلات (معادلتين لكيرشوف الأول وثلاث معادلات لكيرشوف الثاني)

كيرشوف الأول عند العقدة b:

$$I_1 + I_2 = I_5$$

كيرشوف الأول عند العقدة d:

$$I_3 - I_2 = I_4$$

وكيرشوف الثاني عند الحلقات الثلاث المستقلة:

$$10 = 10I_1 + 20I_5$$

$$20 = 30I_2 + 20I_5 - 10I_4$$

$$15 = 20I_3 + 10I_4$$

يمكننا بعد تعويض قيم التيارات $I_{4,5}$ أن تصبح المعادلات كما يلي:

$$\begin{cases} 10I_1 + 20I_2 + (0)I_3 = 10 \\ 20I_1 + 60I_2 - 10I_3 = 20 \\ (0)I_1 - 10I_2 - 30I_3 = 15 \end{cases}$$

ويمكننا وضعها بالشكل المصفوفي:

$$\begin{bmatrix} 10 & 20 & 0 \\ 20 & 60 & -10 \\ 0 & -10 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 15 \end{bmatrix}$$

ثم بعد حلها نحصل على قيم التيارات الثلاث

$$\Delta = \begin{vmatrix} 30 & 20 & 0 \\ 20 & 60 & -10 \\ 0 & -10 & 30 \end{vmatrix}$$

حساب قيمة المميز (المحدد)

$$|\Delta| = 30(60*30 - 10*10) - 20(20*30-0) + 0(\dots) \approx 39000$$

لحساب قيمة التيار I_1 نجد:

$$I_1 = \frac{1}{|\Delta|} \begin{vmatrix} 10 & 20 & 0 \\ 20 & 60 & -10 \\ 15 & -10 & 30 \end{vmatrix}$$

$$I_1 = \frac{1}{39000} \{10(60 * 30 - 100) - 20(20 * 30 + 15 * 10)\} \approx 0.05128A$$

ولحساب قيمة التيار I_2 نجد:

$$I_2 = \frac{1}{|\Delta|} \begin{vmatrix} 30 & 10 & 0 \\ 20 & 20 & -10 \\ 0 & 30 & 30 \end{vmatrix} = \frac{1}{39000} \begin{vmatrix} 30 & 10 & 0 \\ 20 & 20 & -10 \\ 0 & 30 & 30 \end{vmatrix} = 0.423A$$

ولحساب قيمة التيار I_3 نجد:

$$I_3 = \frac{1}{|\Delta|} \begin{vmatrix} 30 & 20 & 10 \\ 20 & 60 & 20 \\ 0 & -10 & 15 \end{vmatrix}$$

أي أن: $I_3 = 0.641 \text{ A}$

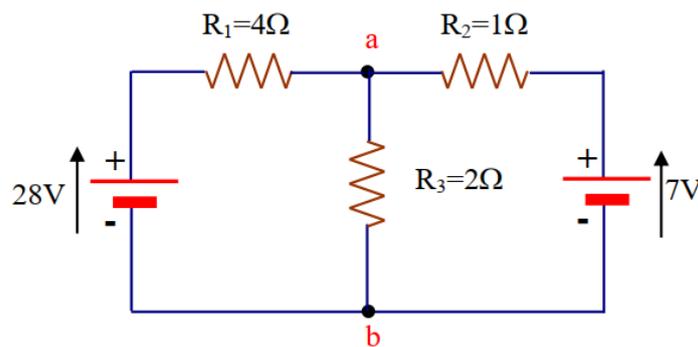
فتكون كل من بقية التيارات هي:

$$I_4 = I_3 - I_2 = 0.218$$

$$I_5 = I_1 + I_2 + 0.05128 + 0.42300 = 0.47428 \text{ A}$$

مثال غير محلول (1):

أوجد قيم التيارات في أفرع الدارة



مثال غير محلول (2):

أوجد قيم التيارات في أفرع الدارة

