

الجلسة السادسة

نظريات حل الدارات الكهربائية

التنضد (التراكم) وكمونات العقد

الغاية من الجلسة:

مقدمة:

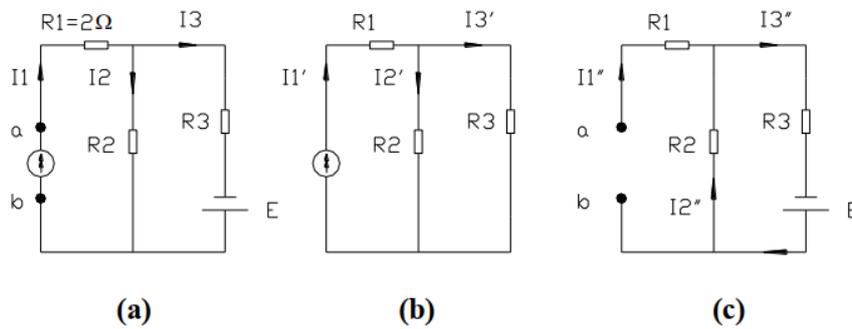
تنص نظرية التنضد على أنه في أي دائرة كهربائية تحتوي على أكثر من مصدر للتغذية فإن التيار الكلي للدائرة ينتج عن تراكم مجموعة تيارات ناتجة عن هذه المصادر سواء كانت مصادر للجهد أو مصادر للتيار حيث يُحسب التيار لكل مصدر على حدا بعد حذف بقية المصادر ويحسب التيار النهائي الناتج من تراكم تيارات هذه المصادر وهي تعتمد على فتح منابع التيار وقصر منابع الجهد وبقاء مصدر واحد فقط وهكذا لبقية المصادر.

والمثال التالي يوضح هذه الطريقة بالحساب والتأكد منها مخبرياً بالقياس بعد تطبيق وتنفيذ الدارة أما طريقة كمونات العقد فتعتمد على تأريض عقدة ما (ذات عدد الأفرع الأكثر) وجعل كمونها مساوياً للصفر وحساب كمونات بقية العقد حسابياً وفق العلاقة التي ستوضح بالتفصيل أثناء حل مثال عملي.

1- مثال على نظرية التنضد (التراكم):

المطلوب حساب تيارات جميع فروع الدارة باستخدام نظرية التنضد للدائرة المبينة أدناه مع تقديم المعطيات التالية:

$$R_1=2, R_2=4, R_3=6 \Omega, I=5A, E=20V$$



نقوم بحساب التيار الناتج عن (منبع التيار) بعد قصر منبع الجهد فنجد:

$$I_1 = I = 5A$$

$$I_2 = I_1 \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 5 \cdot \frac{6}{4 + 6} = 3A$$

ثم نقوم بفتح منبع التيار وحساب التيار الناتج عن منبع الجهد فيكون:

$$I_1'' = 0$$

$$I_2'' = I_3'' = \frac{E}{R_3 + R_2} = 2A$$

وبالتالي يكون:

$$I_1 = I_1' + I_1'' = 5 + 0 = 5A$$

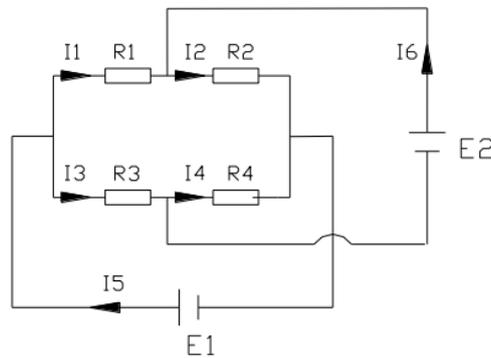
$$I_2 = I_2' - I_2'' = 3 - 2 = 1A$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 2 + 2 = 4A$$

تمرين (1):

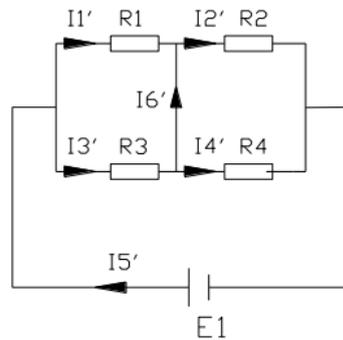
أوجد التيارات المارة بفرع الدارة المبينة أدناه إذا علمت أن:

$$E_2 = 10V, E_1 = 20V, R_4 = 1\Omega, R_3 = 4\Omega, R_2 = 3\Omega, R_1 = 2\Omega$$



الحل:

أولاً: حساب التيار الناتج عن المنبع E_1 تصبح الدارة بعد قصر المنبع الثاني:



$$R'_{eq} = (R_1 // R_3) + (R_2 // R_4)$$

$$= \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = \frac{2 \times 4}{2 + 4} + \frac{3 \times 1}{3 + 1} = 2,085 \Omega$$

$$I_5 = \frac{E_1}{R'_{eq}} = \frac{20}{2,083} = 9,6 A$$

وحسب مجزىء التيار نجد:

$$I_1 = I_5 \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 9,6 \times \frac{4}{2 + 4} = 6,4 A$$

$$I_2 = I_5 \frac{R_4}{R_2 + R_4} = 9,6 \frac{1}{1 + 3} = 2,4 A$$

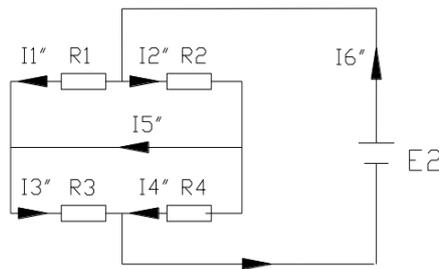
$$I_3 = I_5 \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 9,6 \frac{2}{2 + 4} = 3,2 A$$

$$I_4 = I_5 \frac{R_2}{R_2 + R_4} = 9,6 \frac{3}{3 + 1} = 7,2 A$$

$$I_6 = I_2 - I_1 = 2,4 - 6,4 = -4 A$$

الإشارة السالبة تدل على أن التيار بعكس الاتجاه المرجعي

أولاً: حساب التيار الناتج عن المنبع E_2 تصبح الدارة بعد قصر المنبع الأول:



$$R''_{eq} = (R_1 // R_2) + (R_3 // R_4)$$

$$= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

$$= \frac{2 \times 3}{2 + 3} + \frac{4 \times 1}{4 + 1} = 2 \Omega$$

$$I_6 = \frac{E_2}{R''_{eq}} = \frac{10}{2} = 5 A$$

ومن مجزىء التيار نجد:

$$I_1'' = I_6'' \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 5 \times \frac{3}{2 + 3} = 3A$$

$$I_2'' = I_6'' \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 5 \times \frac{2}{3 + 2} = 2A$$

$$I_3'' = I_6'' \frac{R_4}{R_4 + R_3} = 5 \times \frac{1}{4 + 1} = 1A$$

$$I_4'' = I_6'' \frac{R_3}{R_4 + R_3} = 5 \times \frac{4}{5} = 4A$$

$$I_5'' = I_3'' - I_1'' = 1 - 3 = -2A$$

تصبح بقية التيارات بفروع الدارة هي:

$$I_1 = I_1'' - I_1'' = 6,4 - 3 = 3,4A$$

$$I_2 = I_2'' + I_2'' = 2,4 + 2 = 4,4A$$

$$I_3 = I_3'' + I_3'' = 3,2 + 1 = 4,2A$$

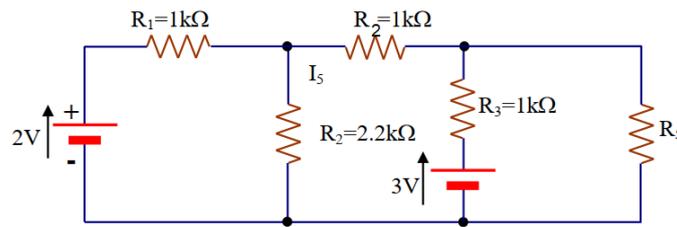
$$I_4 = I_4'' - I_4'' = 7,2 - 4 = 3,2A$$

$$I_5 = I_5'' - I_5'' = 9,6 - 2 = 7,6A$$

$$I_6 = I_6'' - I_6'' = -4 + 5 = 1A$$

تمرين (غير محلول):

أوجد قيمة التيار المار بالمقاومة R_3 للدارة أدناها

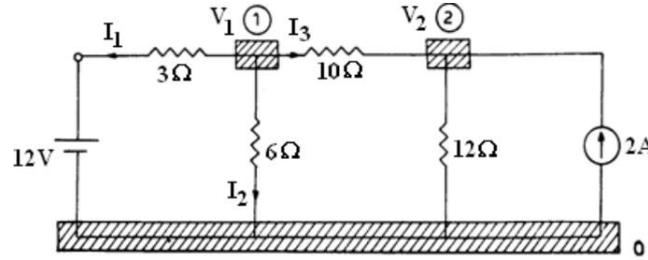


2-مثال على كمونات العقد:

المطلوب حساب قيمة التيار I_2 المار بالمقاومة R_6 للدارة الميمنة أدناها ثم قارن القيم الحسابية مع القيم المقاسة بعد تنفيذ الدارة بالمخبر

قلنا سابقاً بأننا نقوم نتأريض أحد العقد (التي يكون فيها عدد الأفرع هي الأكبر) ويكون كمونها مساوياً للصفر ثم نحسب كمونات بقية العقد

بالاعتماد على قانون كيرشوف للتيارات وقانون أوم وبالتالي نجد بهذه الدارة:



بتطبيق قانون كيرشوف على العقدة 1 نجد أن المجموع الجبري للتيارات تساوي الصفر أي:

$$[(V_1 - 12)/3] + [(V_1 - 0)/6] + [(V_1 - V_2)/10] = 0$$

كذلك الأمر بالنسبة للعقدة 2 نجد أن المجموع الجبري للتيارات تساوي الصفر أي:

$$[(V_2 - V_1)/10] + [(V_2 - 0)/12] - 2 = 0$$

$$I_2 = (V_1 - 0)/6$$

وبحل هاتين المعادلتين نجد قيمة كل من V_1, V_2 ثم نجد قيمة التيار المار بالمقاومة R_6 فنجد أن:

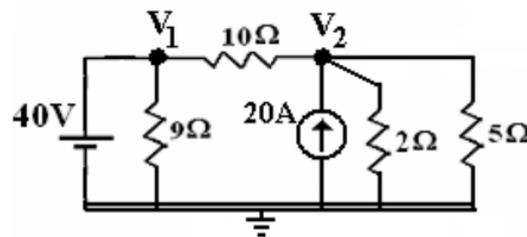
كما يمكن الحل بتطبيق العلاقة على أي عقدة لحساب كمونها مباشرة وهي:

$$V = \left(\frac{E}{R} + \frac{V}{R} + I \right) / \left(\frac{1}{R} \right)$$

حيث: V هو جهد أي عقدة ، E : المنبع المرتبط مع العقدة ، R : المقاومة المرتبطة مع العقدة ، v : جهد العقدة التي تليها مقسومة على المقاومة المرتبطة بها ، I : منابع التيار المرتبطة مع العقدة (إن وجد) $1/R$ مقلوب جميع المقاومات المرتبطتين مع العقدة

تمرين (1):

أوجد قيمة الجهود V_1, V_2 للدارة المبينة أدناها



الحل:

نقوم بتأريض العقدة التي فيها أكثر عدد للفروع كما هو مبين أعلاه

وباعتبار أن العقدة 1 موصولة بالطرف الموجب للمنبع والطرف السالب موصول بالأرض فإن كمون العقد 1 هو: $V_1 = 40V$

يبقى حساب كمون العقد 2 من خلال قانون كيرشوف للعقد فيكون:

$$(V_2 - V_1)/10 + (V_2 - 0)/2 + (V_2 - 0)/5 - 20 = 0$$

$$V_2 - V_1 + 5V_2 + 2V_2 - 200 = 0$$

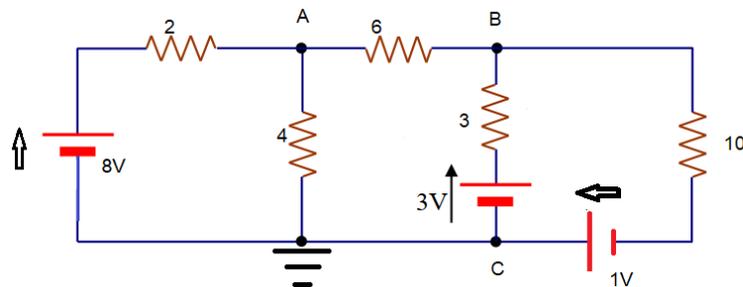
وبالتالي يكون:

$$8V_2 = 200 + 40, \quad 8V_2 = 240$$

$$V_2 = 240/8 = 30V$$

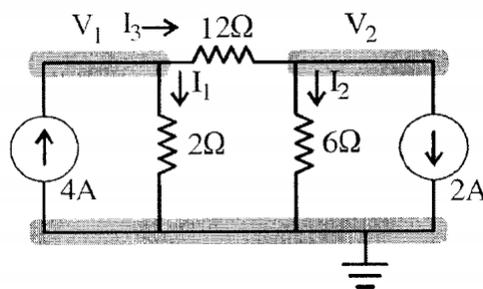
تمرين (2):

أوجد جهود العقد بطريقة كمونات العقد (طريقة وضع قانون واحد لكل عقد)



تمرين (3):

أوجد قيم التيارات في الدارة بطريقة كمونات العقد



الحل:

من العقدة 1 ومن العقدة 2 نجد أن:

$$4A = I_1 + I_3 \quad \longrightarrow \quad 4A - I_1 - I_3 = 0$$

$$I_3 = I_2 + 2A \quad \longrightarrow \quad I_3 - I_2 - 2A = 0$$

كذلك الأمر من العقدة 1 ومن العقدة 2 نجد:

$$4 - (V_1/2) - (V_1 - V_2)/12 = 0$$

$$[(V_1 - V_2)/12] - (V_2/6) - 2 = 0$$

$$7V_1 - V_2 = 48$$

$$-V_1 + 3V_2 = -24$$

ثم نجد بحل المعادلتين أن: $V_1 = 6V$, $V_2 = -6V$ ثم نجد قيم التيارات:

$$I_3 = \frac{V_1 - V_2}{12} = \frac{6V - (-6V)}{12} = 1A$$

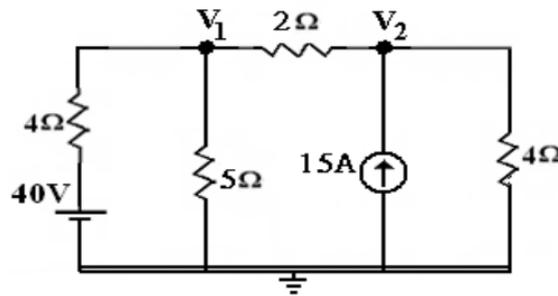
$$I_2 = \frac{V_2}{6} = \frac{-6}{6} = -1A$$

الإشارة السالبة تعني أن الاتجاه الصحيح هو عكس الاتجاه المفروض

$$I_1 = \frac{V_1}{2} = \frac{6}{2} = 3A$$

تمرين (غير محلول):

أوجد قيمة الجهود V_1, V_2 للدارة المبينة أدناها



-انتهت الجلسة السادسة-