جامعة المنارة
MANARA UNIVERSITY

نظم التحكم

المحاضرة السابعة(عملي)

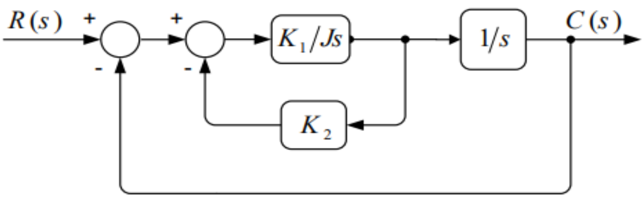
الاستجابة الزمنية

م. زينة أديب علي

قسم الميكاترونيك-فصل أول

- **تمارين عن الاستجابة الزمنية:**

1. لدينا النظام الموضح في الشكل التالي:

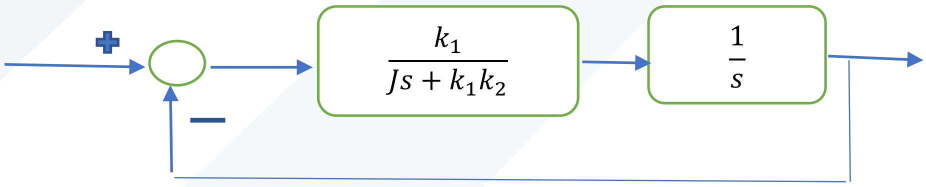


والمطلوب:

حدد قيمة كل من k_2 , k_1 حتى يكون لدينا تجاوز الهدف $M_p = 20\%$ وزمن الوصول إلى القمة هو $t_p = 1\ sec$. ثم قم بحساب بقية بارامترات الاستجابة الزمنية، حيث J=1

الحل:

نوجد دالة النقل الكلية للنظام:



وبالتالي تكون دالة النقل الكلية:

$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k_1}{s^2+k_1k_2s+k_1}$ وبالمقارنة مع الشكل العام لأنظمة الدرجة الثانية:

$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{w_n^2}{s^2+2\varepsilon w_n s+w_n^2}$ ينتج لدينا:

$$k_1 = w_n^2$$

$$k_1k_2 = 2\varepsilon w_n$$

من المواصفات المرغوبة ينتج لدينا:

$M_p = 0.2 = e^{-\frac{\pi\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}}$ نأخذ لوغاريتم الطرفين:

$\frac{-\pi\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} = -1.6$ نربع الطرفين:

ومنه ينتج لدينا نسبة التخميد $10\varepsilon^2 = 2.56(1-\varepsilon^2)$ $\varepsilon = 0.45$.

من زمن الوصول إلى القمة:

$t_p = \frac{\pi}{w_d} = 1\ sec$ ومنه ينتج لدينا تردد التخميد (تردد الاهتزاز العابر) $w_d = 3.14\ rad/sec$

أصبح بالإمكان حساب التردد الطبيعي للنظام:

$$w_n = \frac{w_d}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} = \frac{3.14}{\sqrt{1-0.45^2}} = 3.53\ rad/sec$$

وبالتالي يصبح لدينا:

$$k_1 = w_n^2 = 3.53^2 = 12.46$$

$$k_2 = \frac{2\varepsilon w_n}{k_1} = \frac{2*0.45*3.53}{12.46} = 0.25$$

- بارامترات الاستجابة الزمنية:

1. زمن الصعود $t_r = \frac{\pi-\beta}{w_d}$ حيث $\beta = \cos^{-1}\varepsilon = \cos^{-1}0.45 = 1.1\ rad$

ومنه ينتج لدينا:

$$t_r = \frac{\pi-\beta}{w_d} = \frac{3.14-1.1}{1.1} = 0.65\ sec$$

2. زمن الاستقرار:

التفاوت المسموح به (2%):

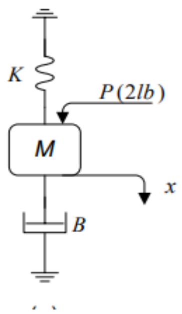
$$t_s = \frac{4}{\varepsilon * w_n} = \frac{4}{0.45*3.53} = 2.52\ sec$$

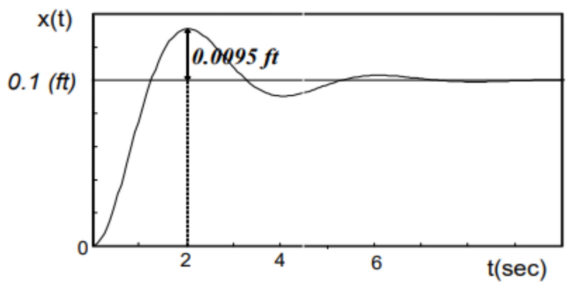
التفاوت المسموح به (5%):

$$t_s = \frac{3}{\varepsilon * w_n} = \frac{3}{0.45*3.53} = 1.88\ sec$$

مثال2:

لدينا النظام الموضح في الشكل التالي:





حيث تتعرض الكتلة (M) لقوة مقدارها (2 lb) فتهتز كما هو موضح في الشكل أعلاه، والمطلوب حساب ثوابت النظام (B,M,K) حيث لدينا دالة النقل للنظام هي:

$$G(s)=\frac{1}{Ms^2+B*s+K}$$

الحل:

نقارن مع الشكل العام لأنظمة الدرجة الثانية:

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{w_n^2}{s^2+2\varepsilon w_n s+w_n^2}$$

$$G(s)=\frac{1}{K}*\frac{K/M}{s^2+\frac{B}{M}*s+\frac{K}{M}}$$

$$\frac{K}{M}=w_n^2$$

$$\frac{B}{M}=2\varepsilon w_n$$

تمثل القيمة (1/K) القيمة النهائية للاستجابة إذا كان الدخل هو دالة الخطوة الواحدية، هنا لدينا الدخل (2 lb) أي القيمة النهائية هي :

$C(\infty)=\frac{2}{K}=0.1$ ومنه ينتج لدينا قيمة (K=20).

من المواصفات الأخرى الناتجة لدينا:

$M_p=\frac{0.0095}{0.1}=e^{-\frac{\pi\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}}$ نأخذ لوغاريتم الطرفين:

$\frac{-\pi\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}=-2.35$ نربع الطرفين:

$10\varepsilon^2=5.5(1-\varepsilon^2)$ ومنه ينتج لدينا نسبة التخميد $\varepsilon=0.6$.

من زمن الوصول إلى القمة:

$t_p=\frac{\pi}{w_d}=2\ sec$ ومنه ينتج لدينا تردد التخميد(تردد الاهتزاز العابر) $w_d=1.57 rad/sec$

أصبح بالإمكان حساب التردد الطبيعي للنظام:

$$w_n=\frac{w_d}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}=\frac{1.57}{\sqrt{1-0.6^2}}=1.96\ rad/sec$$

وبالتالي يصبح لدينا:

$$M = \frac{K}{w_n^2} = 5.2$$

$$B = 2 * \varepsilon * w_n * M = 12.2$$

مثال:

لدينا نظام تحكم له دالة الانتقال التالية:

$G(s) = \frac{361}{s^2+16s+361}$ والمطلوب:

حساب بارامترات الاستجابة الزمنية العابرة.

الحل:

نقارن مع الشكل العام لأنظمة الدرجة الثانية:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{w_n^2}{s^2+2\varepsilon w_n s+w_n^2}$$

$$361 = w_n^2$$

$$16 = 2\varepsilon w_n$$

ومنه ينتج لدينا:

$$w_n = 19\, rad/\sec \qquad \varepsilon = 0.421$$

ومنه يمكن حساب جميع بارامترات الاستجابة الزمنية:

$$M_p = e^{-\frac{\pi\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}} = 23.3\%$$

$t_p = \frac{\pi}{w_d}$ حيث:

$$w_d = w_n\sqrt{1-\varepsilon^2} = 19\sqrt{1-0.421^2} = 17.3\, rad/sec$$

$$t_p = \frac{\pi}{17.3} = 0.182\, sec$$

3. زمن الصعود $t_r = \frac{\pi-\beta}{w_d}$ حيث $\beta = \cos^{-1}\varepsilon = \cos^{-1}0.421 = 1.13\, rad$

ومنه ينتج لدينا:

$$t_r = \frac{\pi-\beta}{w_d} = \frac{3.14-1.13}{17.3} = 0.11\, sec$$

4. زمن الاستقرار:

التفاوت المسموح به (2%):

$$t_s = \frac{4}{\varepsilon * w_n} = \frac{4}{0.421*19} = 0.5\ sec$$

التفاوت المسموح به (5%):

$$t_s = \frac{3}{\varepsilon * w_n} = \frac{3}{0.421*19} = 0.38\ sec$$

مثال:

لدينا النظام التالي:

$$G(s) = \frac{k}{s(Ts+1)}$$

والمطلوب:

ماهو العامل الذي يجب أن ينقص به الربح (K) بحيث تنخفض قيمة التجاوز لاستجابة القفزة الواحدية للنظام من (75%) إلى (25%).

الحل:

نوجد دالة النقل الكلية:

$$G(s) = \frac{k}{Ts^2+s+k}$$

$$G(s) = \frac{k/_T}{s^2+\frac{1}{T}s+\frac{k}{T}}$$

بالمقارنة مع الشكل العام:

$$G(s) = \frac{w_n^2}{s^2+2\varepsilon w_n s+w_n^2}$$

$$w_n^2 = \frac{k}{T} \qquad 2\varepsilon w_n = \frac{1}{T}$$

بفرض أن k_1 تقابل M_{p1} و k_2 تقابل M_{p2} وبالتالي يصبح لدينا:

$$2\varepsilon_1 w_n = \frac{1}{T} \qquad 2\varepsilon_2 w_n = \frac{1}{T}$$

وبالتالي يصبح لدينا:

$2\varepsilon_1 = \frac{1}{w_n T}$ $\quad 2\varepsilon_2 = \frac{1}{w_n T}$ وبتعويض قيمة $w_n = \sqrt{\frac{k}{T}}$ يصبح لدينا:

$$2\varepsilon_1 = \frac{1}{\sqrt{k_1 T}}$$ $$2\varepsilon_2 = \frac{1}{\sqrt{k_2 T}}$$ حيث ε_1 تقابل M_{p1} و ε_2 تقابل M_{p2}. وبتقسيم المعادلتين على بعضهما ينتج لدينا:

$$\frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2} = \frac{k_1}{k_2}$$

وبحساب قيم نسب التخميد المقابلة لتجاوز الهدف ينتج لدينا:

$M_{p1} = e^{-\frac{\pi\varepsilon_1}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2}}} = 0.75$ وبأخذ لوغاريتم الطرفين:

$\frac{-\pi\varepsilon_1}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2}} = -0.28$ ومنه ينتج لدينا قيمة نسبة التخميد:

$$\varepsilon_1 = 0.088$$

وبحساب نسبة التخميد من تجاوز الهدف M_{p2} :

$M_{p2} = e^{-\frac{\pi\varepsilon_2}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2}}} = 0.25$ وبأخذ لوغاريتم الطرفين:

$\frac{-\pi\varepsilon_2}{\sqrt{1-\varepsilon_2^2}} = -1.38$ ومنه ينتج لدينا قيمة نسبة التخميد:

$$\varepsilon_2 = 0.4$$

وبالتعويض ينتج لدينا:

$$20 = \frac{0.4^2}{0.088^2} = \frac{k_1}{k_2}$$

أي $k_2 = \frac{k_1}{20}$. أي يجب أن ينخفض الربح بالعامل 20.