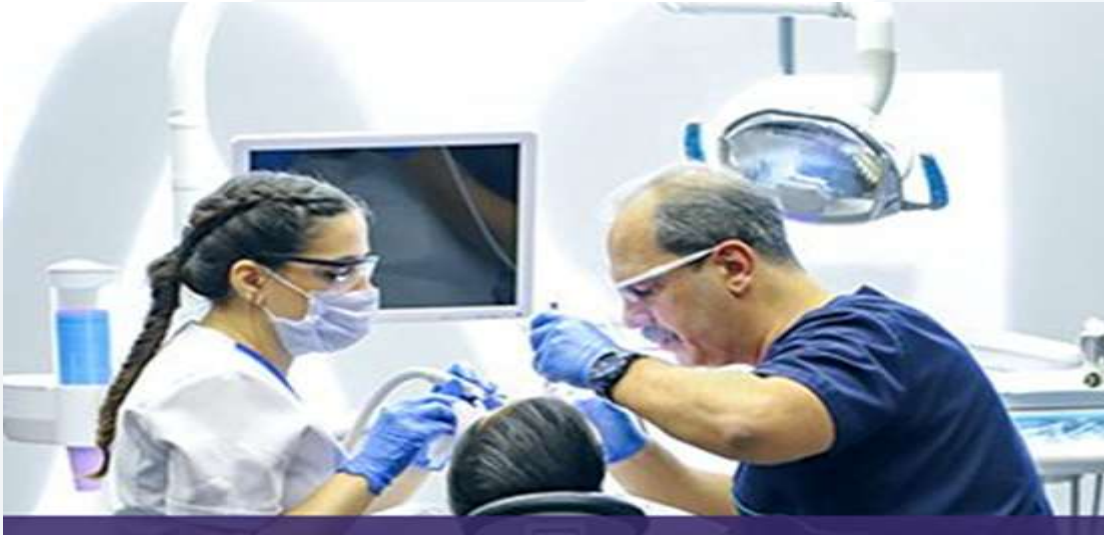


كلية طب الاسنان

مبادئ البحث العلمي والاحصاء الحيوي

Methodology and Biostatistics

الأستاذ الدكتور محمود محمد ديب طيوب



الفصل الأول للعام الدراسي 2023-2024

محاضرة رقم (8) الاحد تاريخ / / 2023

مقاييس التشتت (الاختلاف)

Measure of Dispersion (Variation)

تمهيد

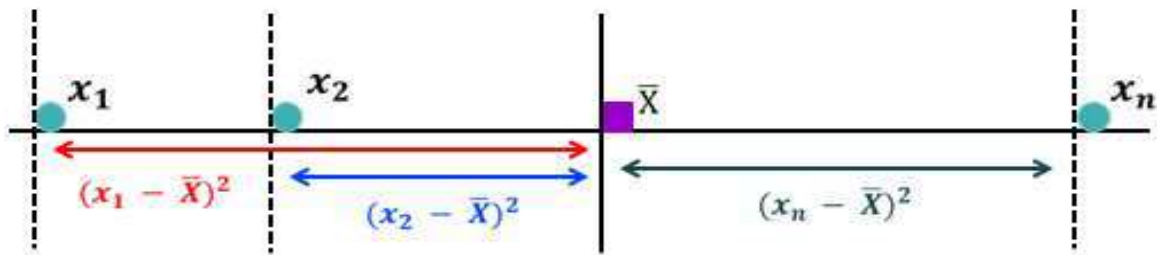
يقصد بالتشتت أو الاختلاف بأنه التباعد أو التقارب الموجود بين قيم المشاهدات التابعة لمتغير ما. والمقاييس المستعملة هي مقاييس لمدى تشتت قيم المشاهدات عن وسطها. هذا وكلما كان مقياس التشتت كبيراً دلّ على عدم التجانس بين القيم ويكون مقياس التشتت صغيراً عندما تكون الاختلافات بين قيم المشاهدات قليلة.

. إن لمقاييس التشتت أهمية كبيرة في وصف التوزيعات ومقارنتها مع بعضها حيث أن مقاييس التمرکز تعدّ غير كافية، فقد يتساوى الوسط الحسابي لمجموعتين أو أكثر من البيانات قليلاً بينما يختلف انتشار قيم المجموعة الأولى عن انتشار قيم المجموعة الثانية وهكذا فعلى سبيل المثال لتكن لدينا السلسلتين التاليتين من القياسات:

40	30	30	15	20	25	السلسلة A
12	45	29	24	20	30	السلسلة B

$$\bar{\chi}A = \bar{\chi}B = \frac{\sum xi}{n} = \frac{160}{6} = 26.67$$

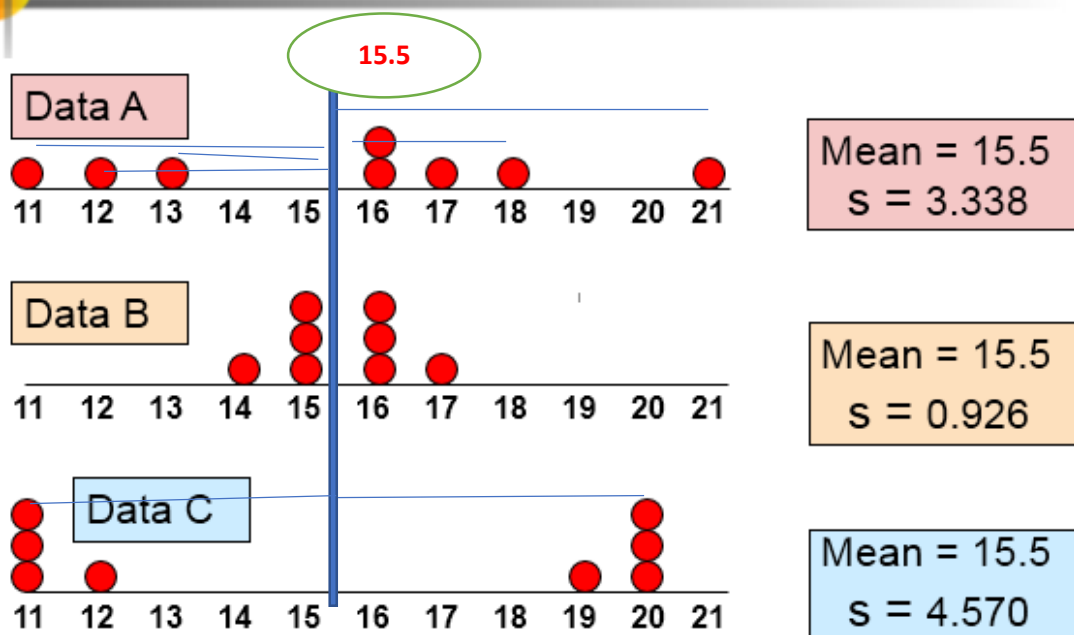
فالوسط الحسابي لكلا السلسلتين يساوي $\bar{\chi}A = \bar{\chi}B = 26.67$ ولكن المجموعة الأولى أكثر تجانساً



Values	x_1	values	...	
Values deviation from mean	$x_1 - \bar{x}$	tion from mean	...	Values
Values deviation square from mean	$(x_1 - \bar{x})^2$	square from me	...	Values dev

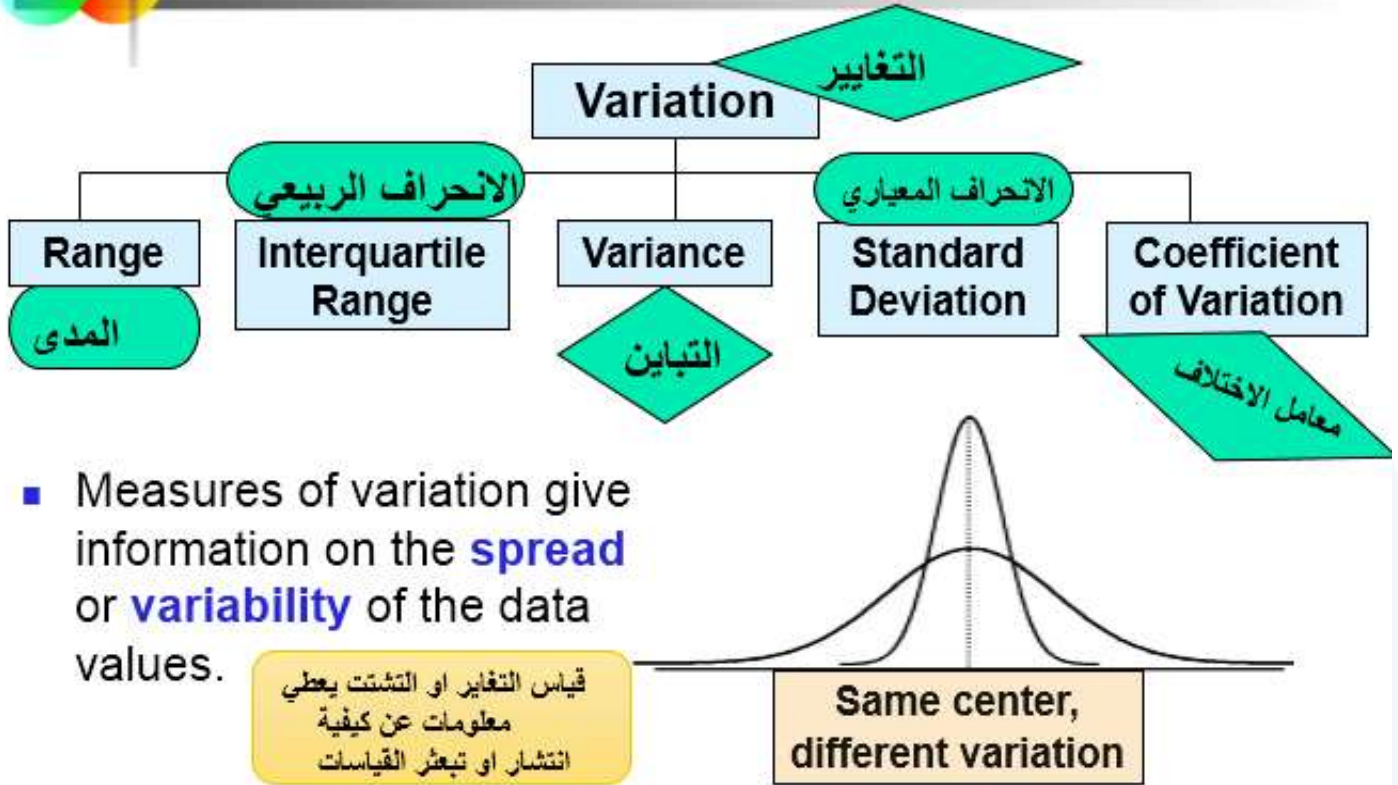


Comparing Standard Deviations



مقاييس التشتت

Measures of Variability



- Measures of variation give information on the **spread** or **variability** of the data values.

قياس التباين أو التشتت يعطي معلومات عن كيفية انتشار أو تبعثر القياسات

تعريف التشتت

الدرجة التي تنحرف بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة (أحد مقاييس النزعة المركزية) تُسمى تشتت أو تغير البيانات

فمثلاً إذا كان لدينا 3 مجموعات من الطلاب ، كل مجموعة مكونة من خمسة طلاب ، وكانت لها الدرجات التالية (من 10 درجات) في أحد المقررات

المجموعة الثالثة
1, 2, 5, 8, 9

وسطها الحسابي 5

المجموعة الثانية
3, 4, 5, 6, 7

وسطها الحسابي 5

المجموعة الأولى
5, 5, 5, 5, 5

وسطها الحسابي 5

المجموعات الثلاثة لها وسط حسابي 5 ، لكن في المجموعة الأولى : جميع القيم متساوية وتساوي الوسط 5 ، في حين تنتشر البيانات في المجموعة الثانية حول هذا الوسط بقدر ما ، وفي المجموعة الثالثة تنتشر البيانات حول الوسط بقدر آخر .

أي أن الوسط الحسابي وحده [وهو يمثل لمقياس نزعة مركزية ، أي قيمة نموذجية ممثلة للبيانات] ليس كافياً وحده لوصف البيانات ، ولكن لابد من وجود نوع آخر من المقاييس لرصد مدى تشتت البيانات عن تلك القيمة المتوسطة الممثلة للبيانات .

هذا النوع من المقاييس هو ما نسميه بـ مقاييس التشتت .

-المدى *Range* ويرمز لها بـ *R*: يعرف المدى المطلق لمجموعة من القيم بأنه الفرق بين أعلى قيمة وأصغر قيمة في تلك المجموعة ويعبر رياضياً بالعلاقة التالية:

$$R = X_{max} - X_{min}$$

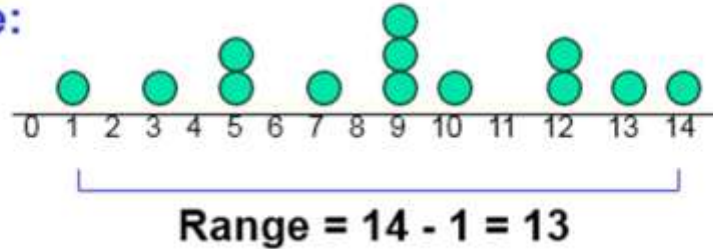
مثال

أوجد المدى المطلق لكل من المجموعات التالية:

$$\begin{array}{cccccccc} A = & 12, & 6, & 6, & 3, & 15, & 10, & 18, & 5 \\ B = & 9, & 3, & 8, & 8, & 9, & 8, & 9, & 18 \end{array}$$

$$\text{Range} = X_{\text{largest}} - X_{\text{smallest}}$$

Example:



$$R = X_{max} - X_{min}$$

$$R_a = 18 - 3 = 15$$

$$R_b = 18 - 3 = 15$$

فلاحظ أن المدى المطلق في كلا المجموعتين متساو، ولكننا نلاحظ أن حقيقة الاختلاف في المجموعة A أكبر منه في المجموعة B لأن قيم المجموعة B متقاربة من بعضها البعض.

أما المدى النسبي فيساوي:

$$R\% = \frac{R}{x} \times 100$$

مثال

لتكن لدينا سلسلة القياسات التالية:

$x_i = 28 \quad 31 \quad 32 \quad 32 \quad 33 \quad 36 \quad 37 \quad 40 \quad 44 \quad 49$

ومنه المدى المطلق يساوي:

$$R = 49 - 28 = 21$$

. المتوسط الحسابي $\bar{x} = 36.2$

. المدى النسبي سلسلة القياسات يساوي:

$$R\% = \frac{R}{\bar{x}} \times 100 = \frac{21}{36.2} \times 100 = 58.01\%$$

- معامل المدى Coefficient of Rang

$$CR = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{X_{\max} + X_{\min}} * 100 = \frac{49 - 28}{49 + 28} * 100 = 27.2727\%$$

في التوزيعات التكرارية لاسيما البيانات المبوبة في مجالات متجانسة، فيحسب المدى بإحدى الطريقتين التاليتين:

1. الطريقة الأولى: المدى عبارة عن الفرق بين مركز الفئة الأخيرة ومركز الفئة الأولى.

2. الطريقة الثانية: المدى عبارة عن الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى.

***خصائص المدى:**

1- كلما ازدادت قيمته دلّ ذلك على عدم التجانس،

2- يستفاد منه لمقارنة تشتت المتجمعات الصغيرة المتجانسة،

3- . يستعمل أسلوب المدى لحذف بعض القياسات الشاذة. لنفترض لدينا سلسلة من القياسات ضمنها القياس D الذي يشك بانتمائه إلى نفس السلسلة. وللتأكد من مدى انتمائه من عدمه نتبع الخطوات التالية:

. نحسب الوسط الحسابي لسلسلة القياسات دون عدّ القياس D .

. نحسب المدى لسلسلة القياسات دون عدّ القياس D .

. نبحث عن قيمة الثابت K ، والمرتببط بحجم العينة n . وذلك من الجدول التالي.

حجم العينات n	5	6	7	8-9	10-11	12-15	16-22	23-35	36-63	64-150
قيم الثابت K	1.7	1.6	1.5	1.4	1.3	1.2	1.1	1	0.4	0.8

(جدول مأخوذ من ابراهيم العلي . 1990)

$$[\bar{x} - KR \leq D \leq \bar{x} + KR]$$

. نشكل المجال من العلاقة التالية

فإذا كان القياس D ضمن المجال أعلاه نقبل القياس D ولا يعدّ شاذاً. أما إذا كان عكس ذلك أي لا يقع ضمن مدى المجال أعلاه يعدّ القياس شاذاً يجب حذفه من العمليات الرياضية.

مثال: لتكن لدينا سلسلة القياسات التالية:

X_i	20	25	27	29	35	41	45	52	$?60=D$
n_i	2	8	15	20	45	6	4	2	1

والمطلوب: معرفة فيما إذا كان القياس $D=60$ قياساً شاذاً أم لا؟

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{3330}{102} = 32.65$$

الحل: . حساب الوسط الحسابي:

$$R = 52 - 20 = 32 \quad \text{حساب المدى.}$$

. قيمة الثابت k بما أن حجم العينة كبيرة فإن قيمته تساوي $K=0.8$.

. نحدّد المجال وفق الصيغة السابقة:

$$[32.65 - (0.8)(32) \leq D \leq 32.65 + (0.8)(32)]$$

$$[7.05 \leq D \leq 58.25]$$

ومنه نجد المجال يساوي: وبالتالي نلاحظ أن القياس $D=60$

يقع خارج المجال وبالنسبة لهذا القياس شاذاً فيجب حذفه من سلسلة البيانات.

4- يعدّ مقياساً لتباعد القيم المتطرفة عن مركز التوزيع.

5- يتأثر المدى بالقيمتين المتطرفتين.

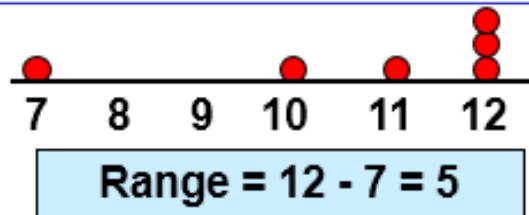
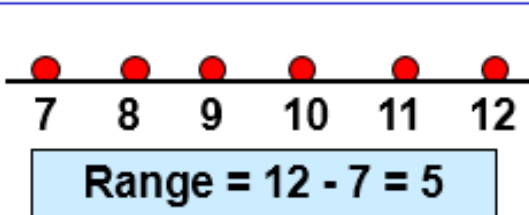
6- يعدّ مقياساً غير حساس بالنسبة للقيم المحصورة بين القيمتين المتطرفتين.

7- لا يمكن حسابه في التوزيعات المفتوحة أو نصف المفتوحة.

8- يتأثر المدى بزيادة حجم العينة.

9- يكثر استخدامه في الإحصاء على المنتج ووصف الأحوال الجوية.

■ Ignores the way in which data are distributed



■ Sensitive to outliers

1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,4,5

$$\text{Range} = 5 - 1 = 4$$

1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,4,120

$$\text{Range} = 120 - 1 = 119$$

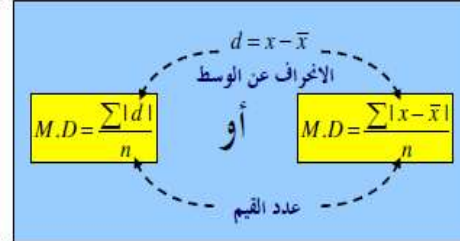
10- لا يصلح للمقارنة بين التوزيعات المختلفة عند اختلاف عدد المفردات في كل منها اختلافاً كبيراً.

ثانياً : الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات] $M.D$

يُعرف الانحراف المتوسط (أو متوسط الانحرافات) [وسنرمز له بالرمز $M.D$] على أنه متوسط القيم المطلقة للانحرافات عن قيمة متوسطة للبيانات [عادةً تكون الوسط الحسابي أو الوسيط] .

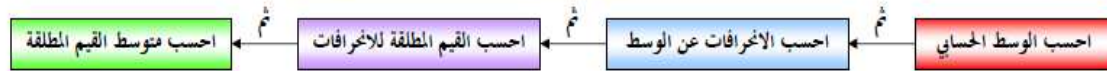
فإذا اعتبرنا أن القيمة المتوسطة للبيانات هي الوسط الحسابي ، فإن الانحراف المتوسط لمجموعة من البيانات عددها n يُعطى بـ

ملحوظة هامة : القيمة المطلقة لأي عدد y هي القيمة العددية له دون إشارة ، ونرمز له بنفس الرمز y لكن بين خطين رأسيين $| |$ ، أي نكتب القيمة المطلقة لـ y على الصورة $|y|$. فمثلاً :
 $|3| = 3$ ، $|-3| = 3$ ، $|2.5| = 2.5$ ، $|-3.25| = 3.25$
 وهكذا .



حيث $d = x - \bar{x}$ هي انحراف القيمة x عن الوسط الحسابي ، $|d|$ هي القيمة المطلقة للانحراف d .

إذن لحساب الانحراف المتوسط (أو متوسط الانحرافات) $M.D$ لمجموعة من القيم يلزم حساب الوسط الحسابي أولاً ، ثم نحسب انحرافات كل قيمة من هذه القيم عن الوسط الحسابي ، ثم القيم المطلقة لهذه الانحرافات ، ثم متوسط هذه القيم المطلقة كما هو مبين :



طبيعة البيانات	العلاقة
بيانات مفردة	$M.D = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - \bar{x} }{n}, M.D = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - Me }{n}$
بيانات مرتبة	$M.D = \frac{\sum_{i=1}^n n_i x_i - \bar{x} }{n}, M.D = \frac{\sum_{i=1}^n n_i x_i - Me }{n}$
بيانات مبوبة	$M.D = \frac{\sum_{i=1}^n n_i x'_i - \bar{\chi} }{\sum n_i}, M.D = \frac{\sum_{i=1}^n n_i x'_i - Me }{\sum n_i}$

فمثلاً : لمجموعة القيم التي تعاملنا معها في الشريحة (٥) من هذه المحاضرة [عندما تعرفنا على "المدى"] :

وسطها الحسابي : $\bar{x} = \frac{15+13+3+5+18+12+6+7+3+15}{10} = 9.7$

المجموعة الأولى :

15	13	3	5	18	12	6	7	3	15
-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7	-9.7
5.3	3.3	-6.7	-4.7	8.3	2.3	-3.7	-2.7	-6.7	5.3
5.3	3.3	6.7	4.7	8.3	2.3	3.7	2.7	6.7	5.3

الانحرافات عن الوسط : لاحظ أن مجموع الانحرافات = صفر

القيم المطلقة للانحرافات

إذن الانحراف المتوسط هو متوسط القيم المطلقة للانحرافات : $M.D = \frac{5.3+3.3+6.7+4.7+8.3+2.3+3.7+2.7+6.7+5.3}{10} = 4.9$

وسطها الحسابي : $\bar{x} = \frac{16+14+13+17+18+17+15+14+3+16}{10} = 14.3$

المجموعة الثانية :

16	14	13	17	18	17	15	14	3	16
-14.3	-14.3	-14.3	-14.3	-14.3	-14.3	-14.3	-14.3	-14.3	-14.3
1.7	-0.3	-1.3	2.7	3.7	2.7	0.7	-0.3	-11.3	1.7
1.7	0.3	1.3	2.7	3.7	2.7	0.7	0.3	11.3	1.7

الانحرافات عن الوسط : لاحظ أن مجموع الانحرافات = صفر

القيم المطلقة للانحرافات

إذن الانحراف المتوسط هو متوسط القيم المطلقة للانحرافات : $M.D = \frac{1.7+0.3+1.3+2.7+3.7+2.7+0.7+0.3+11.3+1.7}{10} = 2.64$

مثال

نعود إلى مثالنا السابق حول علامات الطلاب في مقرر الإحصاء في كلية التجارة.

الأقسام "الفئات"	التكرار n_i	مركز الفئة x'_i	الانحرافات عن الوسط الحسابي $ x'_i - \bar{x} $	$n_i (x'_i - \bar{x})$	الانحرافات عن الوسيط $ x'_i - Me $	$n_i * (X' - Me)$
10-20	6	15	42.12	252.72	42.06	252.36
20-30	14	25	32.12	449.68	32.06	448.84
30-40	26	35	22.12	575.12	22.06	573.56
40-50	43	45	12.12	521.16	12.06	518.58
50-60	51	55	2.12	108.12	2.06	105.06
60-70	47	65	7.88	370.36	7.94	373.18
70-80	29	75	17.88	518.52	17.94	520.26
80-90	27	85	27.88	752.76	27.94	754.38
90-100	7	95	37.88	265.16	37.94	265.58
المجموع Σ	250	/////-	/////////-	3813.60	-/////////	3811.80

والمطلوب حساب الانحراف عن المتوسط المطلق والنسبي عن الوسط الحسابي $\bar{x} = 57.12$ وعن الوسيط $Me = 57.06$.

. الانحراف المتوسط المطلق عن الوسط الحسابي :

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^n n_i |x'_i - \bar{x}|}{\sum_{i=1}^n n_i} = \frac{3813.60}{250} = 15.254$$

. الانحراف المتوسط النسبي عن الوسط الحسابي

$$M.D\% = \frac{M.D}{\bar{x}} \times 100 = \frac{15.254}{57.12} \times 100 = 26.706\%$$

. الانحراف المتوسط عن الوسيط:

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^n ni |x'_i - Me|}{\sum_{i=1}^n ni} = \frac{3811.80}{250} = 15.25$$

. الانحراف المتوسط النسبي عن الوسيط:

$$M.D\% = \frac{M.D}{\bar{x}} \times 100 = \frac{15.25}{57.06} \times 100 = 26.72\%$$

* خصائص الانحراف المتوسط:

- 1- يعدّ قياساً لتشتت المشاهدات او المفردات حيث يأخذ بعين العدّ جميع القياسات.
- 2- يتأثر بالقيم المتطرفة.
- 3- يكثر استخدامه عند اختلاف الدورات التجارية.
- 4- يتأثر بعمليات الضرب والقسمة ولا يتأثر بعمليات الجمع والتقديم.
- 5- في حالة التوزيعات الاعتدالية فان المدى المحصور بين (الوسط الحسابي $\bar{x}$ واحد انحراف متوسط) أي $(\bar{x} \pm 1EM)$ يحصر 58% من القيم تقريباً وبالتالي يعدّ دليل على اعتدالية التوزيع.

ويمكن أن يتم حل السؤال السابق وذلك بتنظيم خطواتنا من خلال جداول كالتالي :

المجموعة الثانية [n = 10]				المجموعة الأولى [n = 10]			
x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	d	x	$\bar{x}$	$d = x - \bar{x}$	d
16	14.3	16 - 14.3 = 1.7	1.7	15	9.7	15 - 9.7 = 5.3	5.3
14	14.3	14 - 14.3 = -0.3	0.3	13	9.7	13 - 9.7 = 3.3	3.3
13	14.3	13 - 14.3 = -1.3	1.3	3	9.7	3 - 9.7 = -6.7	6.7
17	14.3	17 - 14.3 = 2.7	2.7	5	9.7	5 - 9.7 = -4.7	4.7
18	14.3	18 - 14.3 = 3.7	3.7	18	9.7	18 - 9.7 = 8.3	8.3
17	14.3	17 - 14.3 = 2.7	2.7	12	9.7	12 - 9.7 = 2.3	2.3
15	14.3	15 - 14.3 = 0.7	0.7	6	9.7	6 - 9.7 = -3.7	3.7
14	14.3	14 - 14.3 = -0.3	0.3	7	9.7	7 - 9.7 = -2.7	2.7
3	14.3	3 - 14.3 = -11.3	11.3	3	9.7	3 - 9.7 = -6.7	6.7
16	14.3	16 - 14.3 = 1.7	1.7	15	9.7	15 - 9.7 = 5.3	5.3
143	143	0	26.4	97	97	0	49
$\sum x = n\bar{x}$		$\sum d$	$\sum d $	$\sum x = n\bar{x}$		$\sum d$	$\sum d $

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{143}{10} = 14.3$

$M.D = \frac{\sum |d|}{n} = \frac{26.4}{10} = 2.64$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{97}{10} = 9.7$

$M.D = \frac{\sum |d|}{n} = \frac{49}{10} = 4.9$

→ مجموع الأعمدة

← مجموع الأعمدة

ويمكن الاستغناء
عن هذا العمود

مثال (٢-٤) الجدول التكراري

الفئة	المتغير x (الطول)	التكرار f	المركز x_0	fx_0	$d = x_0 - \bar{x}$	$ d $	$f \times d $
الأولى	$0 \leq x < 20$	4	10	40	$10 - 31.7 = -21.7$	21.7	86.8
الثانية	$20 \leq x < 30$	16	25	400	$25 - 31.7 = -6.7$	6.7	107.2
الثالثة	$30 \leq x < 35$	12	32.5	390	$32.5 - 31.7 = 0.8$	0.8	9.6
الرابعة	$35 \leq x < 40$	10	37.5	375	$37.5 - 31.7 = 5.8$	5.8	58
الخامسة	$40 \leq x < 50$	6	45	270	$45 - 31.7 = 13.3$	13.3	79.8
السادسة	$50 \leq x < 60$	2	55	110	$55 - 31.7 = 23.3$	23.3	46.6
		50		1585			388
		$\sum f$		$\sum fx_0$			$\sum f d $

$$\bar{x} = \frac{\sum f x_0}{\sum f} = \frac{1585}{50} = 31.7$$

$$M.D = \frac{\sum f |d|}{\sum f} = \frac{388}{50} = 7.76$$

وبنفس الأسلوب يمكن التعامل مع مثال (٢-٦)

مثال (٢-٦) الجدول التكراري

الفئة	المتغير x (الطول)	التكرار f	المركز x_0	fx_0	$d = x_0 - \bar{x}$	$ d $	$f \times d $
الأولى	$50 \leq x < 60$	6	55	330	$55 - 83.75 = -28.25$	28.25	169.5
الثانية	$60 \leq x < 70$	9	65	585	$65 - 83.75 = -18.75$	18.75	168.75
الثالثة	$70 \leq x < 80$	15	75	1125	$75 - 83.75 = -8.75$	8.75	131.25
الرابعة	$80 \leq x < 90$	12	85	1020	$85 - 83.75 = 1.25$	1.25	15
الخامسة	$90 \leq x < 100$	9	95	855	$95 - 83.75 = 11.25$	11.25	101.25
السادسة	$100 \leq x < 120$	6	110	660	$110 - 83.75 = 26.25$	26.25	157.5
السابعة	$120 \leq x < 180$	3	150	450	$150 - 83.75 = 66.25$	66.25	198.75
		60		5025			942
		$\sum f$		$\sum fx_0$			$\sum f d $

مطلوب من سعادتك التحقق
من صحة النتائج

$$\bar{x} = \frac{\sum f x_0}{\sum f} = \frac{5025}{60} = 83.75$$

$$M.D = \frac{\sum f |d|}{\sum f} = \frac{942}{60} = 15.7$$



Interquartile Range

نصف المدى الربيعي

- Can eliminate some outlier problems by using the **interquartile range**
- Eliminate high- and low-valued observations and calculate the range of the middle 50% of the data
- Interquartile range = 3rd quartile – 1st quartile
$$IQR = Q_3 - Q_1$$

رابعاً : الانحراف الربيعي [نصف المدى الربيعي]

مجموعة من البيانات يُعرف الانحراف الربيعي [أو نصف المدى الربيعي] وسنرمز له بالرمز Q كالآتي :

$$Q = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$$

الربع الثالث

الربع الأول

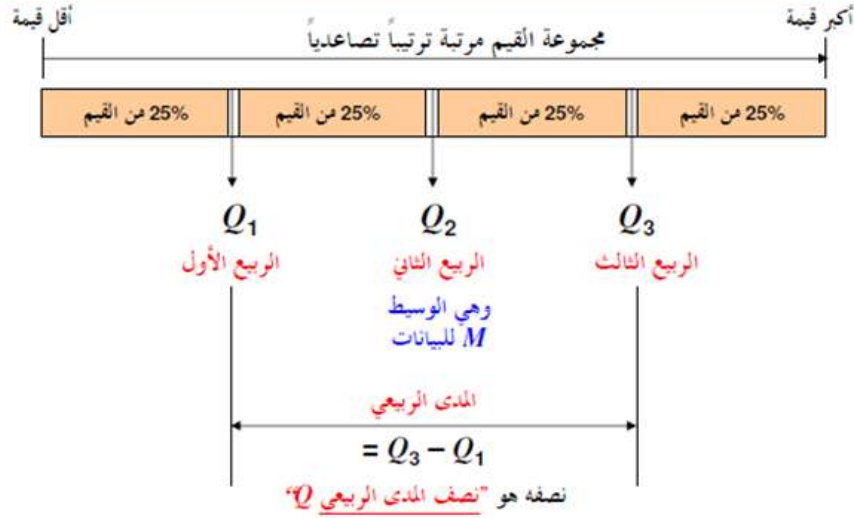
ويفضل استخدام هذا المقياس [الانحراف الربيعي] في الكثير من الحالات خاصة تلك الحالات التي يستعصي فيها حساب الانحراف المتوسط أو المعياري [مثل حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة أو حالة وجود قيم متطرفة في البيانات]

وفي بعض الأحيان يُستخدم المدى الربيعي $Q_3 - Q_1$ كمقياس للتشتت بدلاً من نصف المدى الربيعي

س : ما هي الربيعات ؟

ج : إذا رتبنا مجموعة من القيم ترتيباً تصاعدياً فإن القيمة التي تقسم المجموعة إلى مجموعتين متساويتين في العدد تُسمى بالوسيط M . بتعميم هذه الفكرة ، يمكن أن نقسم مجموعة القيم إلى أربعة أجزاء متساوية في العدد وذلك بثلاثة قيم [سنرمز لها بالرموز Q_1 و Q_2 و Q_3]. هذه القيم تُسمى بالربيعات حيث :

Q_1 تُسمى بالربع الأول ، Q_2 تُسمى بالربع الثاني ، Q_3 تُسمى بالربع الثالث



أي أن :

- Q_1 [الربع الأول] هي تلك القيمة التي يقع تحتها 25% من القيم [وبالطبع وفوقها 75% من القيم]
 Q_2 [الربع الثاني] هي تلك القيمة التي يقع تحتها 50% من القيم [وبالطبع فوقها 50% من القيم] [أي الوسيط M]
 Q_3 [الربع الثالث] هي تلك القيمة التي يقع تحتها 75% من القيم [وبالطبع فوقها 25% من القيم]

- الانحراف الربيعي:

يعرف على أنه الفرق بين الربع الأعلى (q_3) والربع الأدنى (q_1) للملاحظات.
 وواضح من هذا التعريف أن المدى الربيعي. ينحصر في 50% من القياسات ويهمل 25% من البيانات في كل من طرفي السلسلة.
 . وكلما كان نصف المدى الربيعي قريباً من قيمة الانحراف المعياري كان استعماله من الناحية العملية أكثر فائدة من استعمال المدى الربيعي بأكمله.
 . نصف المدى الربيعي:

$$Q.D = \frac{q_3 - q_1}{2}$$

q_1 : والربع الأول (الأدنى) ، q_3 : الربع الثالث (الأعلى)
 . الانحراف الربيعي النسبي:

$$Q.D \% = \frac{q_3 - q_1}{q_3 + q_1} \times 100$$

الانحراف الربيعي المطلق عن الوسيط

$$Q.D \% = \frac{q_3 - q_1}{2Me} \times 100$$

مثال

وعندما يكون التوزيع متماثلاً فإن الوسيط يزيد عن الربيع الأول بنفس المقدار الذي يزيد به الربيع الثالث عن الوسيط.

مثال

نعود إلى مثالنا السابق حول علامات الطلاب في مقرر الإحصاء في كلية الاقتصاد.

الوسيط الحسابي: $\bar{x} = 57.12$ و الوسيط: $Me = 57.06$ والربيع الأول $q_1 = 43.84$ والربيع الثالث $q_3 = 70.174$

المطلوب:

. إيجاد نصف المدى الربيعي المطلق والنسبي:

الحل:

نصف المدى الربيعي:

$$Q.D = \frac{q_3 - q_1}{2} = \frac{70.174 - 43.88}{2} = 13.17$$

الانحرافات الربيعي النسبي:

$$QD = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} * 100$$

$$Q.D\% = \frac{70.174 - 43.84}{70.174 + 43.84} \times 100 = \frac{26.334}{114.014} \times 100 = 23.097 \%$$

$$Q.D\% = \frac{q_3 - q_1}{2Me} \times 100 = \frac{70.174 - 43.88}{2 \times 57.06} \times 100$$

أو

$$Q.D\% = \frac{26.334}{114.12} \times 100 = 23.076 \%$$

خصائص الانحراف الربيعي:

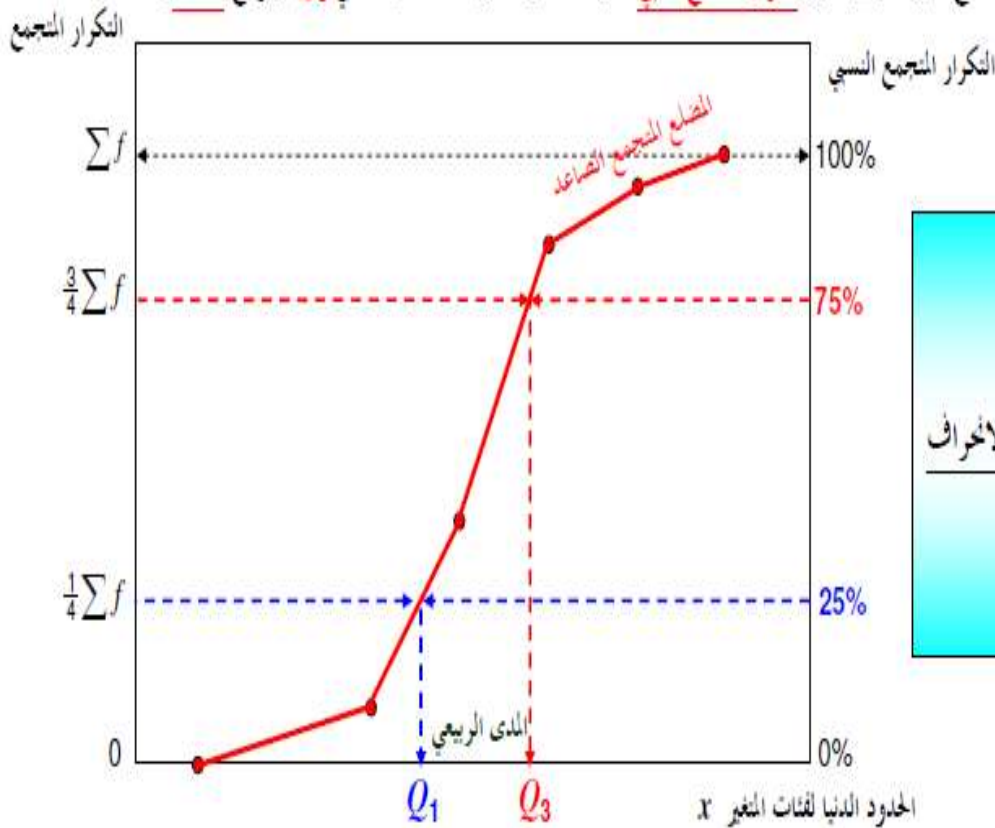
- يعدّ الانحراف الربيعي مقياساً لمراكز القيم.
- قليل التأثير بالقيم المتطرفة.
- إمكانية حسابه في التوزيعات المفتوحة.
- يعدّ مفيداً في التوزيعات شديدة الالتواء.
- يصلح لقياس التشتّت لمتغيّر من المستوى الرتبي وقيّمته تتناسب مع مدى انتشار قيم التوزيع فإذا كانت قيمته كبيرة دل ذلك على زيادة التشتّت واختلاف القيم، والعكس صحيح، وهو مقياس للتشتّت.
- في حالة التوزيعات الاعتدالية تقع قيم 50% من الحالات بين القيمتين الوسيط $\pm$ الانحراف الربيعي نظراً لتماثل هذه التوزيعات وبناء على ذلك يمكننا الحكم على درجة اعتدالية توزيع ما.

ويمكن تحديد الربيعين Q_1 (الأول) ، Q_3 (الثالث) بنفس الطريقة التي حددنا بها الوسيط M [الربيع الثاني Q_2] ،
 إلا أننا سنكتفي هنا بتحديد Q_1 [ومن ثم تحديد نصف المدى الربيعي Q] للبيانات الكمية المتصلة كالتالي :

على المضلع التكراري المتجمع الصاعد :

حدد قيمة المتغير المناظرة لتكرار متجمع قدره $\frac{1}{4}\sum f$ [أو تكرار متجمع نسبي قدره 25%] فتكون تلك القيمة هي Q_1 [الربيع الأول] .

حدد قيمة المتغير المناظرة لتكرار متجمع قدره $\frac{3}{4}\sum f$ [أو تكرار متجمع نسبي قدره 75%] فتكون تلك القيمة هي Q_3 [الربيع الثالث] .



ويكون المدى الربيعي هو :

$$Q_3 - Q_1$$

ونصف المدى الربيعي [أو الانحراف
 الربيعي] هو :

$$Q = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$$



المتغير x	$1 \leq x < 3$	$3 \leq x < 5$	$5 \leq x < 7$	$7 \leq x < 10$
التكرار f	14	29	18	9

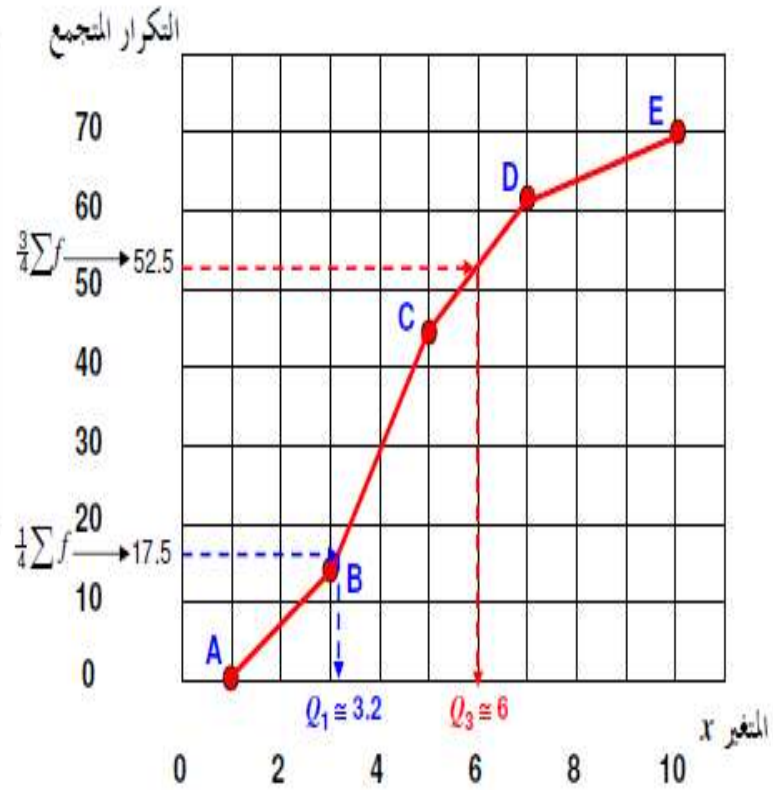
فمثلاً للتوزيع التكراري المبين :

• قم بتكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد

• قم برسم المصّلع التكراري المتجمع الصاعد ومنه حدد قيم الربع الأول Q_1 والربع الثالث Q_3 بالطريقة المذكورة سابقاً

الجدول التكراري المتجمع الصاعد		
المتغير x	التكرار المتجمع	النقطة على المصّلع
< 1	0	A (1 , 0)
< 3	14	B (3 , 14)
< 5	43	C (5 , 43)
< 7	61	D (7 , 61)
< 10	$\sum f = 70$	E (10 , 70)

ملحوظة : $\frac{1}{4}\sum f = 17.5$, $\frac{3}{4}\sum f = 52.5$



إذن المدى الربيعي هو : $Q_3 - Q_1 = 6 - 3.2 = 2.8$

ونصف المدى الربيعي [أو الانحراف الربيعي] هو : $Q = \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1) = \frac{1}{2} \times 2.8 = 1.4$

نهاية المحاضرة