جَامعة المَنارة
MANARA UNIVERSITY

الدارات الكهربائية
المحاضرة السابعة

أ.د. فادي غصنه

السعات والملفات

3-1 السعة والمكثفات

السعة هي المجموعة المكونة من موصلين (ناقلين) مفصولين بواسطة مادة عازلة. أي هي الجهاز الذي يقوم بتجميع الشحنات الحرة تحت تأثير الجهد الكهربائي.

تعتمد السعة على نوع المادة العازلة الفاصلة بين اللبوسين والذي ينشأ فيها المجال الكهربائي. كما أنه يجب أن يكون مقدار الشحنات الموجبة والسالبة متساوياً في المجموعة المكونة من موصلين (ناقلين). ذلك بسبب أن كل خطوط تدفق الإزاحة الخارجة من الشحنات

السعات والملفات

الموجبة لأحد الناقلين، يجب أن تنتهي عند الشحنات السالبة للناقل الأخر. لهذا يشار إلى شحنة واحدة q على أنها شحنة السعة. يتم تعيين السعة بين الناقلين كالنسبة بين الشحنة الكهربائية q و التوتر المطبق بين الناقلين U ويعبر عن ذلك من خلال العلاقة التالية :

$$C = \frac{q}{U} \Rightarrow q = C.U \qquad (1-3)$$

تقاس السعة بالفاراد F و يُعرف الفاراد على أنه سعة الجهاز الذي يشحن بكمية من الكهرباء قدرها واحد كولون بتوتر مقداره واحد فولت. $1F = \frac{1C}{1V}$

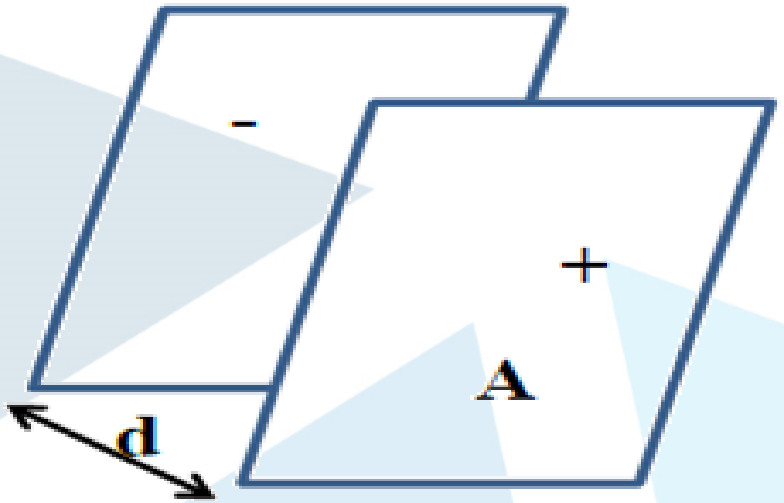
السعات والملفات

المكثف هو عبارة عن جهاز يقوم على تجميع الشحنات و يعتبر المكثف المسطح هو من أبسط الأنواع تركيباً. حيث تقوم شريحتان متوازيتان بدور الالكترودين (الناقلين). ويتسم المجال الكهربائي للمكثف المسطح بأنه متجانس تقريباً باستثناء الحواف. أن خطوط الإزاحة في كل نقاط هذا المجال تكون متساوية كما أن تدفق الإزاحة يمكن أن يعتبر متمركزاً في الحيز بين الشريحتين.

إذا تمت إحاطة إحدى الشريحتين بسطح مغلق، فإن تدفق الإزاحة N_d من خلال هذا السطح و حسب نظرية غاوص يساوي شحنة المكثف.

بما أن المجال الكهربائي للمكثف المسطح (المبسط) يكون متساوياً هذا يؤدي إلى :

السعات والملفات



الشكل $(1-3)$

$$N_d = q = D.A \qquad (2-3)$$

حيث أن A : مساحة الناقل (الشريحة) m^2

السعات والملفات

و تعطى شدة المجال الكهربائي بالعلاقة التالية : $E = \frac{U}{d}$ بالتعويض في العلاقة التي

تعطي السعة لكل من الشحنة والتوتر نحصل على مايلي:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{D.A}{E.d} = \varepsilon.\frac{A}{d} \qquad (3-3)$$

d : سماكة العازل m

ε : ثابت العازلية الكهربائية F/m

D : كثافة الفيض الكهربائي C/m^2

السعات والملفات

مثـــــال (3 – 1)

يتألف مكثف من صفيحتين مربعتين متماثلتين من الألمنيوم. أبعاد الواحدة هي $10\times10cm^2$. ما هي سعة المكثف إذا كانت المسافة بين الصفيحتين $1cm$ والعازل بينهما هو الهواء. إذا شحن المكثف بشحنة كهربائية مقدارها $500pF$. ما هو التوتر (فرق الكمون) بين هاتين الصفيحتين.

ما هي السعة و التوتر إذا أصبح العازل الشمع ذو ثابت الناقلية النسبي $\varepsilon_r = 4$ بدلاً من الهواء.

السعات والملفات

الحـــل

بتطبيق علاقة السعة الكهربائية وفق ما يلي :

$$C_{air} = \varepsilon_0 . \frac{A}{d} = \frac{1}{4.\pi.9\times10^{9}} . \frac{10^{-2}}{10^{-2}} = 8.854\times10^{-12} F = 8.854 pF$$

$$C = \varepsilon_0 . \varepsilon_r \frac{A}{d} = C_{air} . \varepsilon_r = 8.85\times10^{-12}\times4 = 35.4 pF$$

السعات والملفات

حساب التوتر :

$$U_{air} = \frac{q}{C_{air}} = \frac{500 \times 10^{-12}}{8.85 \times 10^{-12}} = 56.4V$$

$$U = \frac{q}{C} = \frac{500 \times 10^{-12}}{35.4 \times 10^{-12}} = 14.12V$$

نلاحظ أنه بتغير نوع المادة العازلة فالتوتر انخفض بما يتناسي مع ثابت العازلية النسبي

للمادة العازلة : $\frac{U}{U_{air}} = \frac{56.4}{14.12} = \varepsilon_r = 4$

السعات والملفات

مثـــــال (3 – 2)

يتألف مكثف من لبوسين متوازيين معدنيين سطح كل منهما $100\times100cm^2$ و البعد بينهما $2mm$ و العازل بينهما ثابت عازليته النسبي $\varepsilon_r = 3.5$. إذا طُبق توتر بين اللبوسين مقداره $500V$. أوجد ما يلي :

حساب السعة، حساب الشحنة، و حساب كثافة الفيض الكهربائي.

الحـــــل :

1 – حساب السعة : بتطبيق القانون العام وفق العلاقة التالية :

$$C = \varepsilon.\frac{A}{d} = \frac{3.5}{4\pi\times9\times10^{9}}\times\frac{(100\times100)\times10^{-4}}{2\times10^{-3}} = 1.547\times10^{-8}F$$

السعات والملفات

2- حساب الشحنة : من خلال العلاقة التالية :

$$q = C.U = 1.547 \times 10^{-8} \times 500 = 7.735 \mu C$$

3- حساب كثافة الفيض الكهربائي :

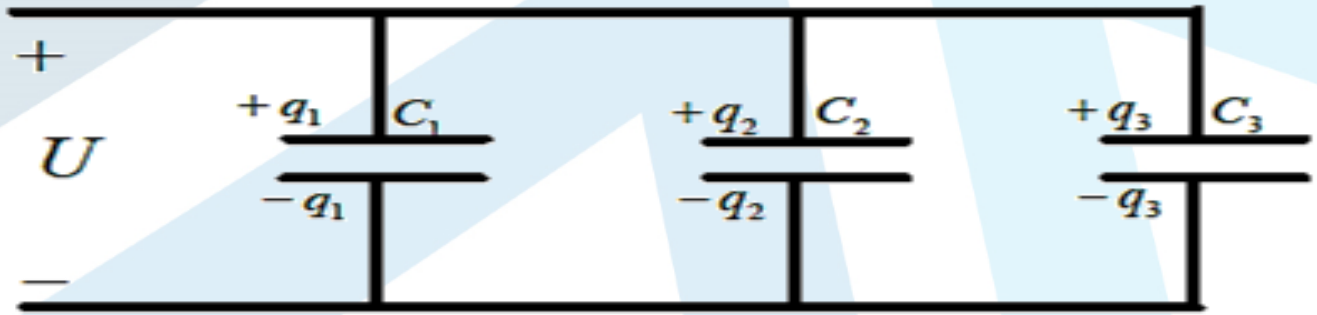
$$D = q / A = \frac{7.735 \times 10^{-6}}{(100^2) \times 10^{-4}} = 7.735 \times 10^{-6} C / m^2$$

السعات والملفات

3–2 ربط المكثفات

3–2–1 ربط المكثفات على التفرع

من أجل زيادة السعة الكلية، توصل المكثفات على التفرع (التوازي). عند استعمال هـذا الربط بحيث تقع كل المكثفات تحت الجهد المطبق U، كما أن الشحنة الكلية التـي تحصـل عليها المكثفات المربوطة على التوازي من مصدر الطاقة الكهربائية تساوي مجموع الشحنات المكثفات المختلفة.



الشكل (3 – 2): ربط المكثفات على التوازي

السعات والملفات

$$q_{eq} = \sum_{i=1}^{n} q_i \qquad (4-3)$$

عندئذ تكون السعة الكلية

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{U} = \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad (5-3)$$

السعة الكلية لمجموعة مكثفات مربوطة على التوازي تساوي إلى المجموع الجبري للمكثفات المفردة المشكلة لهذه المجموعة.

السعات والملفات

مثـــــال (3 – 3)

شحن مكثف سعته $3\mu F$ من خلال توتر مطبق قدره $200V$. ثم ربط هذا المكثف على التفرع مع مكثف أخر سعته $3\mu F$ ، احسب التوتر (فرق الكمون) عبر المكثفين المتوازيين و الطاقة المختزنة في كل مكثف قبل و بعد الربط التفرعي.

الحـــــل

شحنة المكثف الأول : $q = C_1 \times U = 3\times10^{-6} \times 200 = 6\times10^{-4} C$

عند الربط التفرعي تصبح السعة الكلية لمجموع المكثفين كتالي :

$$C_{eq} = 3 + 2 = 5\mu F$$

السعات والملفات

بالتالي التوتر المشترك للمكثفين بعد الربط (لهما نفس الشحنة بعد الربط) يكون :

$$U = \frac{q}{C_{eq}} = \frac{6\times10^{-4}}{5\times10^{-6}} = 120V$$

حساب الطاقة المختزنة :

قبل الوصل التفرعي :

$$E_1 = \frac{1}{2}C_1.U^2 = \frac{1}{2}\times3\times10^{-6}\times(200)^2 = 0.06Joul$$

$$E_2 = 0Joul$$

بعد الوصل التفرعي :

$$E_1 = \frac{1}{2}C_1.U^2 = \frac{1}{2}\times3\times10^{-6}\times(120)^2 = 216\times10^{-4}Joul$$

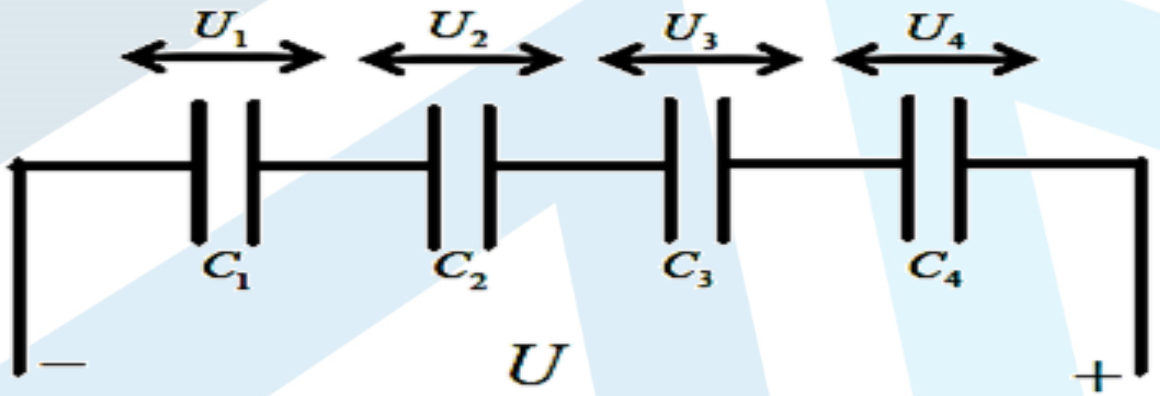
$$E_2 = \frac{1}{2}C_2.U^2 = \frac{1}{2}\times2\times10^{-6}\times(120)^2 = 144\times10^{-4}Joul$$

$$E = E_1 + E_2 = (216+144)\times10^{-4} = 360\times10^{-4}Joul$$

السعات والملفات

3-2-2 ربط المكثفات على التسلسل

في هذا النوع من الربط تكون الأقطاب الخارجية للمكثفات الموجودة في الأطراف هي التي تزود الدارة بالشحنة الكهربائية، وتنشأ الشحنات على الأقطاب الأخرى التي يتصل كل زوج منها ببعض كهربائياً و ذلك عن طريق انتقال شحنة موجبة إلى أحد الأقطاب و الشحنة السالبة إلى القطب الأخر كما هو موضح بالشكل (3-3).



الشكل (3-3) : الربط التسلسلي للمكثفات

السعات والملفات

في هذا الربط يكون التوتر الكلي المطبق يساوي المجموع الجبري لمجموع التوترات الجزئية المطبقة على كل مكثف من المكثفات المربوطة على التسلسل و فق ما يلي :

$$U = \sum_{i=1}^{n} U_i \qquad (6-3)$$

عند التوصيل التسلسلي (على التوالي) تكون شحنات المكثفات متساوية نحصل على :

$$q = U_1.C_1 = U_2.C_2 = U_3.C_3 = \ldots = U_n.C_n \qquad (7-3)$$

$$U_1 = q/C_1,\ U_2 = q/C_2,\ U_3 = q/C_3,\ U_n = q/C_n \qquad (8-3)$$

$$C_{eq} = q/U = \frac{q}{U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n} \qquad (9-3)$$

بالتعويض عن قيمة كل توتر بما يساويه نحصل على العلاقة $(10-3)$:

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots + \frac{1}{C_n}} \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} C_i} \qquad (10-3)$$

في حال المكثفات كانت متساوية فتكون السعة الكلية تساوي :

السعات والملفات

$$C_{eq} = \frac{C}{n}$$

حيث n عدد المكثفات المتساوية

مثـــــال (3 – 4)

طبق توتر كهربائي قدره $112V$ على مكثفين مربوطين على التسلسل، سعة المكثف الأول $6\mu F$ وسعة المكثف الثاني $8\mu F$. احسب التوتر الكهربائي المطبق على كل مكثف و الطاقة المختزنة، و السعة الكلية .

السعات والملفات

الحـــــل

التوتر المطبق على المكثف الأول U_1 و التوتر المطبق على المكثف الثاني U_2

بما أن الربط تسلسلي فإن الشحنة الكهربائية هي نفسها $q = q_1 = q_2$ هذا يؤدي إلى

$$U = U_1 + U_2 = 112V$$

$$C_1.U_1 = C_2.U_2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{6}{8} \Rightarrow$$

$$\frac{U_2 + U_1}{U_1} = \frac{C_1 + C_2}{C_2} \Rightarrow U_1 = \frac{U.C_2}{C_1 + C_2} = \frac{112 \times 8 \times 10^{-6}}{6 \times 10^{-6} + 8 \times 10^{-6}} = 64V$$

السعات والملفات

يتم حساب التوتر U_2 المطبق على المكثف الثاني بنفس الطريقة فتكون قيمته

$$U_2 = 112 - 64 = 48V$$

حساب الطاقة المختزنة في كل مكثف

$$E_1 = \frac{1}{2} C_1 . U^2 = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^{-6} \times (64)^2 = 12288 Joul$$

$$E_2 = \frac{1}{2} C_2 . U^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-6} \times (48)^2 = 9216 Joul$$

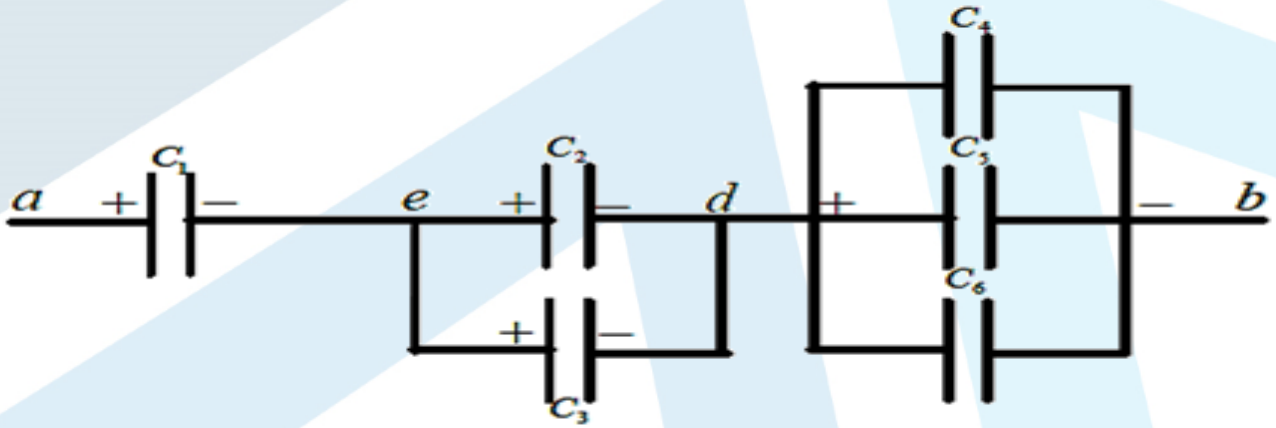
السعات والملفات

السعة الكلية :

$$\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\Rightarrow C_{eq}=\frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}=\frac{6\times 8}{6+8}=3.429\mu F$$

3-2-3 الربط المختلط للمكثفات

الربط المختلط للمكثفات أو ما يسمى المكثف المكافئ لعدة مكثفات مربوطة بشكل مختلط (على التسلسل و على التفرع) كما في الشكل (3 – 4).



الشكل (3 – 4) : الربط المختلط للمكثفات

السعات والملفات

يمكن جمع المكثفات جمعاً مختلطاً على التسلسل و على التفرع كما هو مبين في الشـــكل (3−4). و كمثال على ذلك: يمكن حساب المكثف المكافئ لهذا الربط باستعمال النظـــريتين السابقتين للجمع التسلسلي و للجمع التفرعي.

المكثف المكافئ بين النقطتين e,d للمكثفين المربوطين على التفرع :

$$C_{ed} = C_2 + C_3 \qquad (11-3)$$

المكثف المكافئ للربط على التفرع بين النقطتين d,b يساوي

$$C_{db} = C_4 + C_5 + C_6 \qquad (12-3)$$

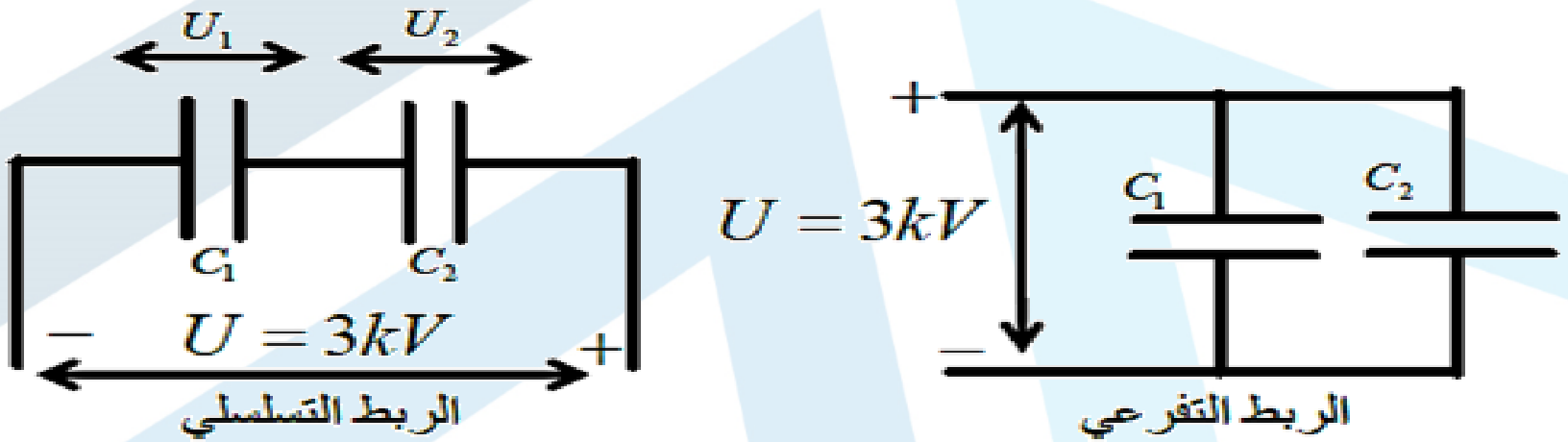
أخيراً المكثف المكافئ الكلي بين النقطتين a,b يساوي

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{\sum C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{ed}} + \frac{1}{C_{db}} \qquad (13-3)$$

السعات والملفات

مثـــــال (3 – 5)

وصل مكثفان على التوازي عبر توتر مقداره $3kV$ ، فكانت الطاقة المختزنة فيهما $16\times10^{-5}\,Joul$. عند وصل المكثفين على التسلسل عبر فرق الكمون السابق أصبحت الطاقة المختزنة $3\times10^{-5}\,Joul$ فما سعة كل من المكثفين.



الشكل (3 – 5)

السعات والملفات

الحـــــل

في حالة الربط التفرعي

$$E_1 + E_2 = \frac{1}{2}C_1.U^2 + \frac{1}{2}C_2.U^2$$

$$E_a = \frac{1}{2}C_{eq1}.U^2 \Rightarrow C_{eq1} = 3.556\times10^{-11}F$$

في حالة الربط التسلسلي

$$E_1 + E_2 = \frac{1}{2}C_1.U_1^{\,2} + \frac{1}{2}C_2.U_2^{\,2}$$

$$E_b = \frac{1}{2}C_{eq2}.U^2 \Rightarrow C_{eq2} = 6.67\times10^{-12}F$$

بالتناسب نجد أن :

$$\frac{E_a}{E_b} = \frac{C_{eq1}}{C_{eq2}} = \frac{16}{3}$$

إيجاد السعة المكافئة في كل حالة من حالات الربط

السعات والملفات

$$C_{eq1} = C_1 + C_2$$

$$C_{eq2} = \frac{C_1.C_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow C_{eq2} = \frac{C_1.C_2}{C_{eq1}}$$

بالجداء نجد :

$$C_{eq2}.C_{eq1} = C_1.C_2 = 2.3706 \times 10^{-22}$$

$$C_{eq1} = C_1 + C_2 = 3.556 \times 10^{-11} \Rightarrow C_1 = 3.556 \times 10^{-11} - C_2$$

السعات والملفات

بالتعويض نجد أن :

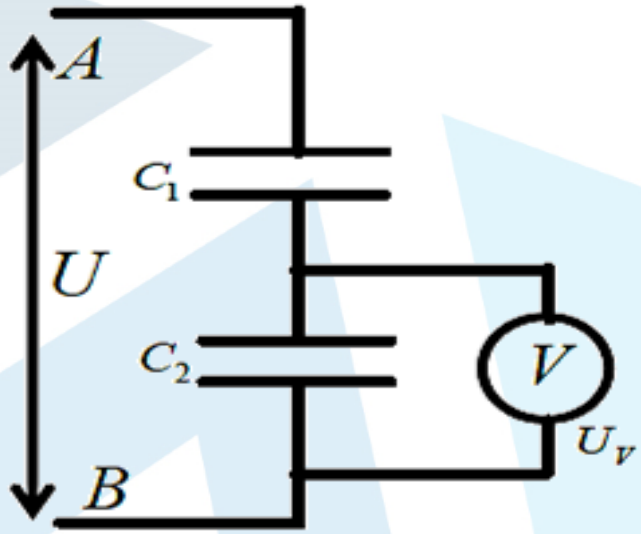
$$(3.556\times10^{-11}-C_2)C_2=2.3706\times10^{-22}\Rightarrow$$
$$3.556\times10^{-11}.C_2-C_2^2-2.3706\times10^{-22}=0$$
$$C_2^2-3.556\times10^{-11}.C_2+2.3706\times10^{-22}=0$$

بالحل نجد أن : $C_1=8.89\times10^{-12}F$ ، $C_2=26.44\times10^{-12}F$

السعات والملفات

3-2-4 مجزئ التوتر السعوي

يتم استعمال مجزئ التوتر السعوي لقياس التوترات العالية كما هو مبين بالشكل $(3-6)$



الشكل $(3-6)$: مجزئ التوتر السعوي

السعة المكافئة للمجزئ السعوي تساوي :

السعات والملفات

$$C_{eq} = \frac{C_1.C_2}{C_1 + C_2} \qquad (14-3)$$

في الربط التسلسلي تكون الشحنة الكلية تساوي لشحنة المكثفات المربوطة على التسلسل :

$$q_{eq} = q_1 = q_2 \qquad (15-3)$$

$$q_2 = C_2.U_V = C_{eq}.U \qquad (16-3)$$

بالتناسب نحصل على ما يلي

$$\frac{U}{U_V} = \frac{C_2}{C_{eq}} \Rightarrow U_V = U_2 = U.\frac{C_{eq}}{C_2} = \frac{\frac{C_1.C_2}{C_1 + C_2}}{C_2} = U.\frac{C_1}{C_1 + C_2} \qquad (17-3)$$

في المجزئ السعوي التوتر المطبق على المكثف يساوي التوتر الكلي مضروباً بسعة المكثف الأخر مقسوماً على المجموع الجبري لسعتي المكثفين المربوطين على التسلسل و المشكلين المجزئ السعوي وفق العلاقة $(3-17)$.

السعات والملفات

مثـــــال (3 – 6)

احسب الشحنة المختزنة في مكثف سعته $3pF$ و مطبق عليه توتر كهربائي قدره $40V$ ثم احسب الطاقة المختزنة في ذلك المكثف.

الحـــــل

تعطى علاقة الشحنة الكهربائية من خلال العلاقة التالية :

$$q = C.U = 3\times10^{-12}\times40 = 120pC$$

الطاقة المختزنة في المكثف :

$$E = \frac{1}{2}.C.U^2 = \frac{1}{2}\times3\times10^{-12}\times40^2 = 2400\times10^{-12}Joul$$

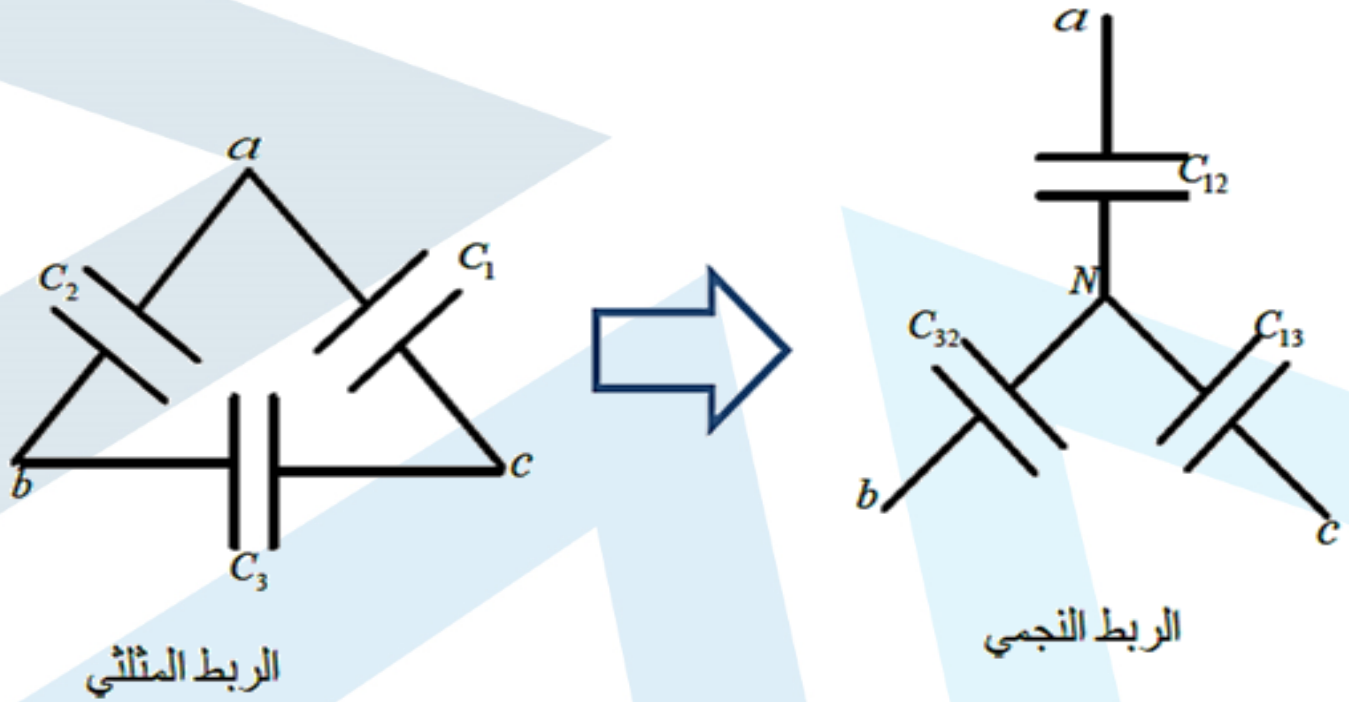
السعات والملفات

5-2-3 قوانين التحويل من الربط النجمي للمكثفات إلى الربط المثلثي و بالعكس

اعتماداً على المنهجية التي تم استخدامها في الفصل السابق لاستنتاج قوانين التحويل ما بين الربط المثلثي و النجمي و العكس بالعكس أثناء دراسة ربط المقاومات. لذا سنستعرض في هذه الفقرة القوانين التي تسمح بالتحويل من شكل إلى أخر و فق ما يلي :

السعات والملفات

قوانين التحويل من الربط المثلثي الى الربط النجمي كما هو مبين بالشكل (3 – 7):



الشكل (3 – 7) : التحويل من الربط المثلثي إلى الربط النجمي

السعات والملفات

$$C_{12} = C_1 + C_2 + \frac{C_1.C_2}{C_3}$$

$$C_{32} = C_3 + C_2 + \frac{C_3.C_2}{C_1} \qquad (18-3)$$

$$C_{13} = C_1 + C_3 + \frac{C_1.C_3}{C_2}$$

السعات والملفات

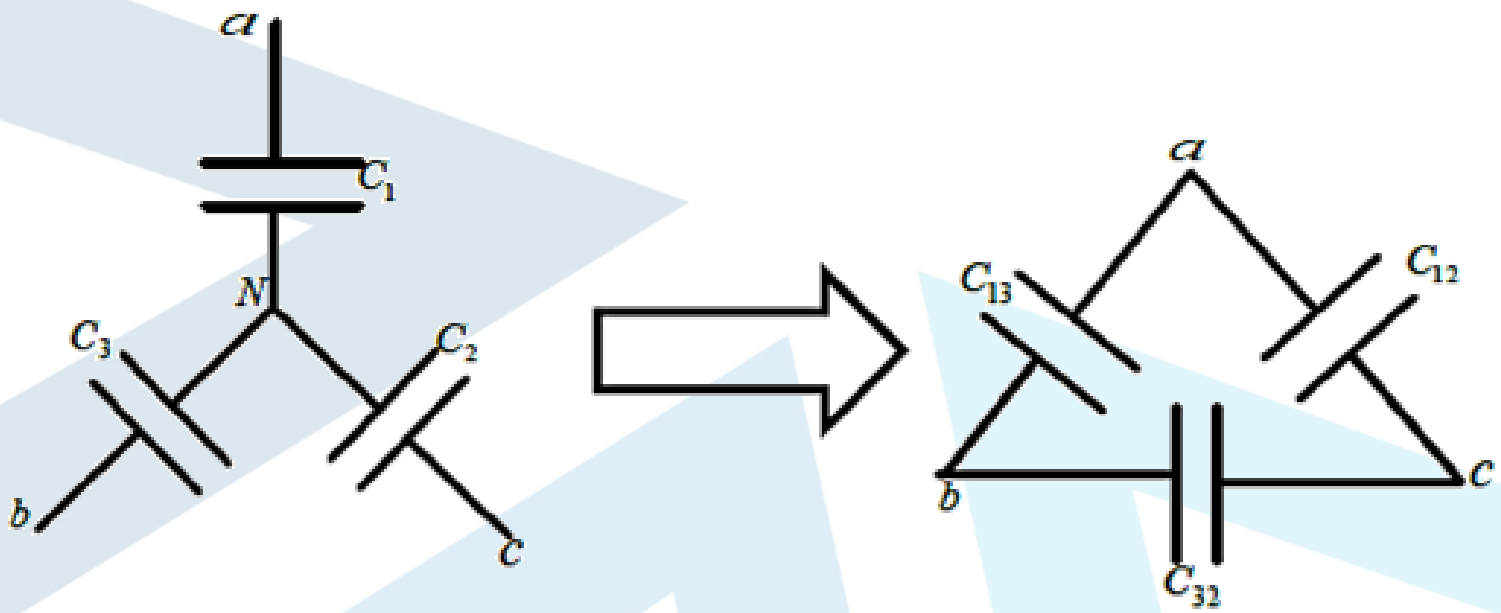
قوانين التحويل من الربط النجمي الى الربط المثلثي كما هو مبين بالشكل (3 – 8):

$$C_{13} = \frac{C_1 . C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$C_{32} = \frac{C_3 . C_2}{C_1 + C_2 + C_3} \qquad (19-3)$$

$$C_{12} = \frac{C_1 . C_2}{C_1 + C_2 + C_3}$$

السعات والملفات



الربط النجمي الربط المثلثي

الشكل (3–8) : التحويل من الربط النجمي إلى الربط المثلثي