جَامعة المَنارة
MANARA UNIVERSITY

الدارات الكهربائية
المحاضرتين التاسعة والعاشرة

أ.د. فادي غصنه

السعات والملفات

تأثير المادة العازلة على سعة المكثف

عند وضع مادة عازلة بين لوحي مكثف فان سعة المكثف تزداد عنه قبل وضع المادة العازلة، مقدار الزيادة يعتمد على نوع المادة العازلة حيث إن كل مادة عازلة لها ثابت عزل K مختلف.

$$K = \frac{C}{C_0} = \frac{U_0}{U} = \frac{E_0}{E} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \qquad (48-3)$$

ثابت العزل دائما أكبر من واحد $K > 1$

السعات والملفات

حيث أن C_0, U_0, E_0 : شدة المجال، التوتر، والسعة قبل وضع المادة العازلة

C, U, E : شدة المجال، التوتر، والسعة بعد وضع المادة العازلة.

فمثلا سعة المكثف متوازي اللوحين بعد وضع المادة العازلة يساوي

$$C = K\varepsilon_0 . \frac{A}{d} = \varepsilon \frac{A}{d} \qquad (49-3)$$

شدة عزل المادة E_{max} هي أقصى شدة مجال يمكن أن تتحمله المادة العازلة دون أن تفقد خاصية العزل الكهربائي أي حدوث انهيار للمادة العازلة. ويمكن تلخيص تأثير وضع المادة العازلة داخل المكثف في النقاط الآتية:

السعات والملفات

1. تزيد من سعة المكثف،
2. تزيد من الجهد التشغيلي الأقصى،
3. تعطي دعماً ميكانيكياً للمكثف وتكون عازل بين لوحي المكثف عندما تكون- المسافة الفاصلة بين اللوحين صغيرة جداً حيث أن عندما تتناقص المسافة تزداد سعة المكثف.

السعات والملفات

مثـــــال (3 – 12)

مكثف متوازي اللوحين مساحة اللوح $6cm^2$ والمسافة الفاصلة بينهما $1mm$. عند وضع مادة عازلة بين لوحي المكثف (ورق) حيث ثابت العزل يساوي 3.7 وشدة العزل تساوي $16\times10^6 V/m$.

1. احسب سعة المكثف قبل وبعد المادة العازلة.
2. أوجد ما هو أكبر مقدار للشحنة يمكن أن يحملها المكثف دون حدوث تفريغ كهربائي؟

السعات والملفات

الحـــــل

سعة المكثف قبل وبعد المادة العازلة

$$C_0 = \varepsilon_0 . \frac{A}{d} = 8.85 \times 10^{-12} \times \frac{6 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-3}} = 5.3 \times 10^{-12} F$$

$$C = K.C_0 = 3.7 \times 5.3 \times 10^{-12} = 19.6 \times 10^{-12} F$$

مقدار الشحنة

$$U_{max} = E_{max} . d = 16 \times 10^3 V$$

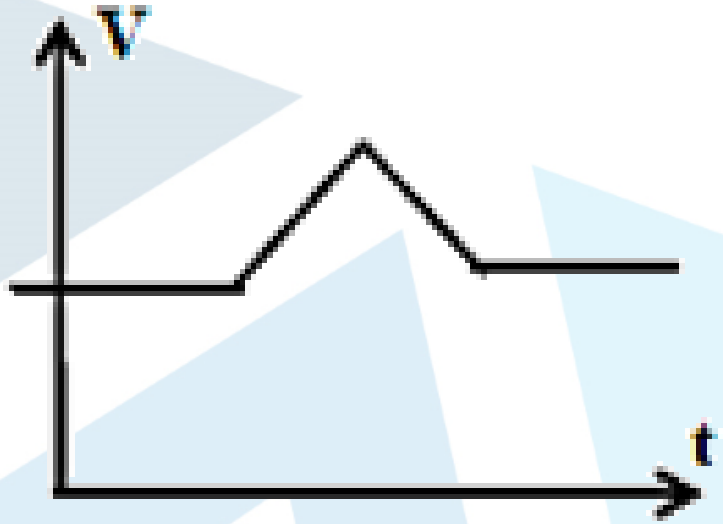
$$q_{max} = C.U_{max} = 19.6 \times 10^3 \times 16 \times 10^3 = 31 \times 10^{-8} C = 0.31 \mu C$$

السعات والملفات

بعض الملاحظات حول المكثف :

- من المعادلة $i = C.\frac{dU}{dt}$ نلاحظ أن قيمة التيار تساوي الصفر في حال عدم حدوث تغير في التوتر المطبق على المكثف مع الزمن.
- التوتر المطبق على المكثف لا يتغير بشكل مفاجئ كما هو مبين بالشكل $(3-23)$

السعات والملفات

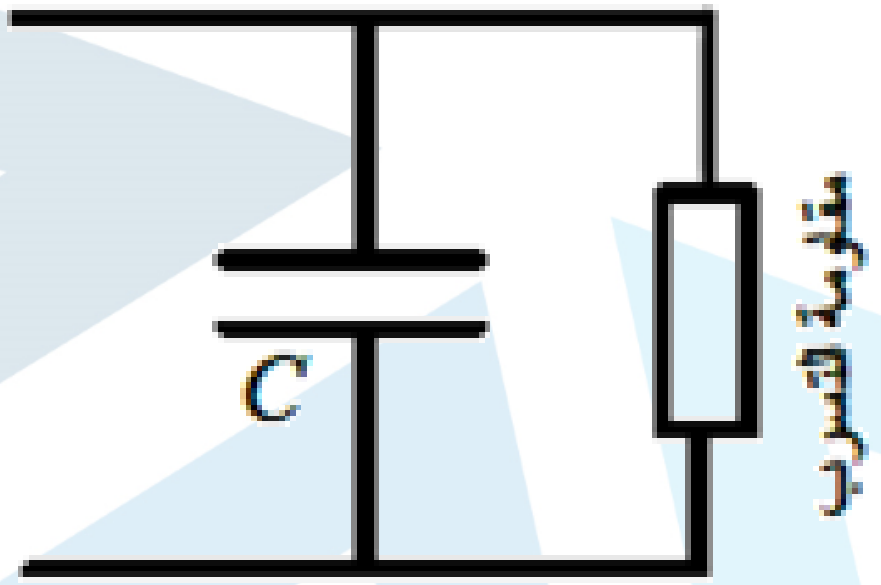


الشكل (3–23) : تغير التوتر مع الزمن

السعات والملفات

- المكثف المثالي في دارات التيار المستمر تشكل قاطعاً مفتوحاً.
- في المكثف المثالي (Ideal capacitor) لا توجد ضياعات في الطاقة، حيث يقوم المكثف بتخزين الطاقة المستجرة من المنبع بإعادتها دون ضياع إلى الدارة عند التفريغ.
- في المكثف الحقيقي (Real capacitor) أو العملي هناك ضياعات لأنه يتم تمثيل المكثف العملي بالدارة المبينة بالشكل (3-24) حيث تصل قيمة مقاومة التسرب (Leakage resistance) لأكبر من $100M\Omega$. في كثير من التطبيقات العملية يتم إهمال هذه المقاومة التسريبية (اعتبارها لانهائية).

السعات والملفات

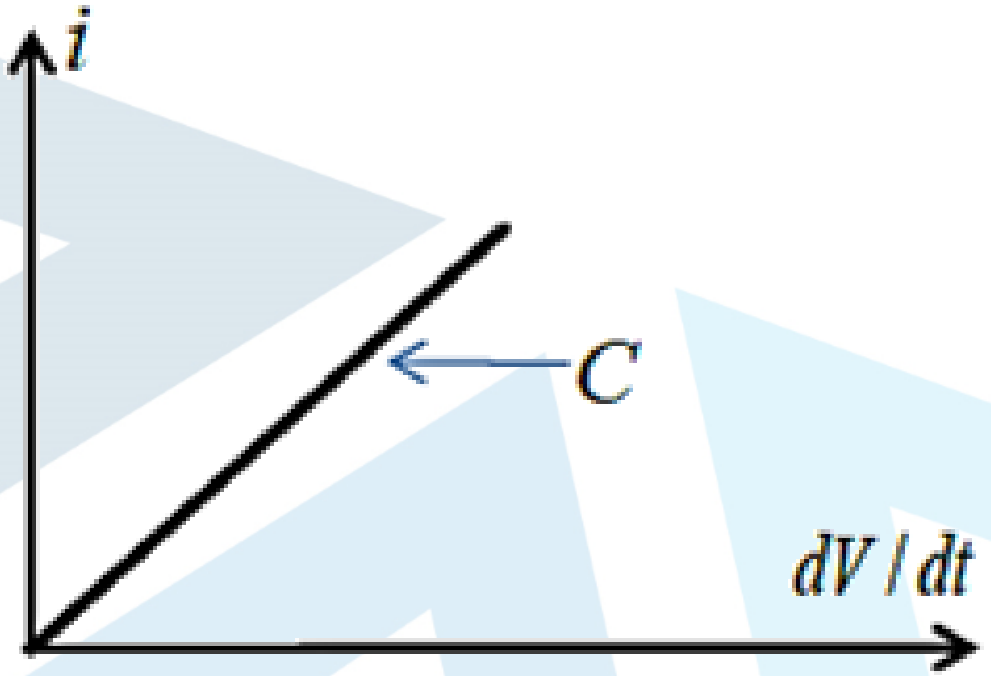


الشكل (3 – 24) : الدارة المكافئة للمكثف العملي

السعات والملفات

- العلاقة بين توتر المكثف و التيار هي علاقة خطية (Linear) من أجل المكثف ذي السعة المستقلة عن التوتر كما هو مبين بالشكل (3–25). أما من أجل المكثفات ذات التغيرات اللاخطية (nonlinear). على الرغم من وجود هذا النوع من المكثفات بكثرة، لذا تعتبر بشكل عام العلاقة بين التوتر–التيار للمكثف علاقة خطية.

السعات والملفات



الشكل (3 – 25) : العلاقة بين التوتر و التيار

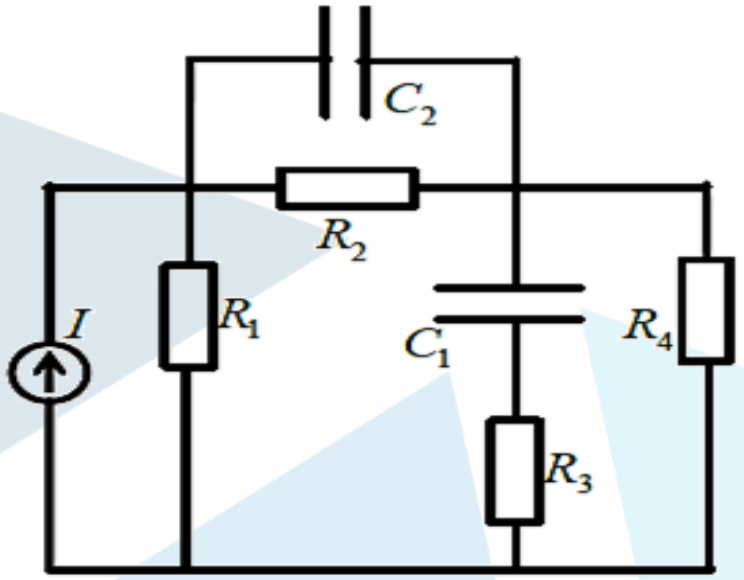
السعات والملفات

مثـــــال (3 – 13)

أحسب الطاقة المختزنة في كل مكثف من الدارة الكهربائية ذات التيار المستمر المعطاة في الشكل (3 – 26).إذا علمت أن :

$$I = 6mA,\ C_1 = 4mF,\ C_2 = 2mF,$$
$$R_1 = 3K\Omega, R_2 = 2K\Omega, R_3 = 5K\Omega, R_4 = 4K\Omega$$

السعات والملفات

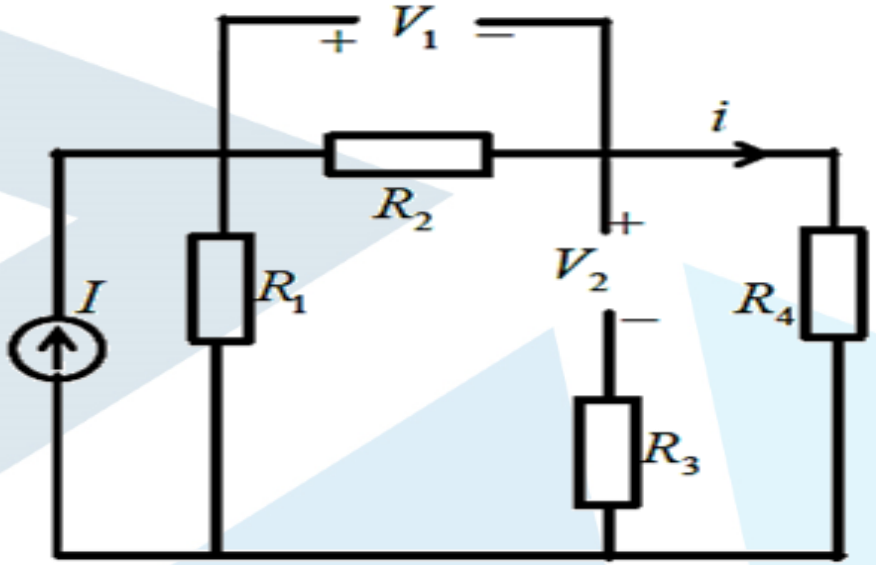


الشكل $(3-26)$

الحـــل

بما أن الدارة المدروسة ذات التيار المستمر، لذا تستبدل كل مكثفة بقاطع مفتوح أو دارة مفتوحة، فنحصل على الشكل $(3-27)$.

السعات والملفات



الشكل $(27-3)$

بتطبيق قانون مقسم التيار نجد ما يلي :

$$i = I\frac{R_1}{R_1+R_2+R_4} = 6\times10^{-3}\times\frac{3}{3+2+4} = 2\times10^{-3}\,A$$

السعات والملفات

يتم حساب التوتر المطبق على كل مكثف وفق ما يلي :

$$V_1 = i.R_2 = 0.002 \times 2000 = 4V$$

$$V_2 = i.R_4 = 0.002 \times 4000 = 8V$$

الطاقة المختزنة في كل مكثف :

$$E_1 = \frac{1}{2}.C_1.V_1^2 = \frac{1}{2}\left(0.002 \times 4^2\right) = 16 \times 10^{-3}\, Joul$$

$$E_2 = \frac{1}{2}.C_2.V_2^2 = \frac{1}{2}\left(0.004 \times 8^2\right) = 128 \times 10^{-3}\, Joul$$

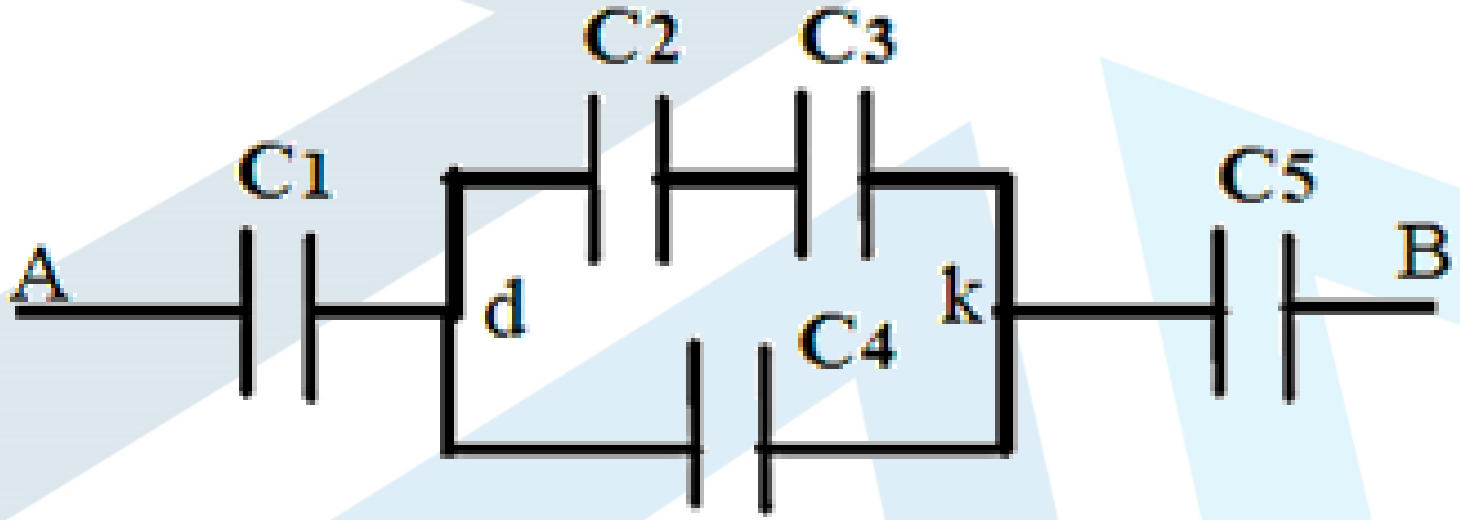
السعات والملفات

مثـــــال (3 – 13)

المطلوب حساب التوتر المطبق على أقطاب الدارة المبينة بالشكل (3 – 28) و التي تكون غير مشحونة قبل تطبيق التوتر بحيث يتم شحن المكثف C_3 بشحنة كهربائية قدرها $q_3 = 24\mu C$. أوجد القدرة المختزنة في الدارة.علماً أن :

السعات والملفات

$$C_1 = 8\mu F,\ C_2 = C_4 = 4\mu F,\ C_3 = 6\mu F,\ C_5 = 2\mu F$$



الشكل (28 – 3)

السعات والملفات

الحـــــل :

إن المكثف C_3 مربوط على التسلسل مع المكثف C_2 وعليه فإن لهما نفس الشحنة و بالتالي نكتب ما يلي:

$$q_2 = q_3 = 24\mu F$$

المكثف C_4 على التفرع مع الفرع الحاوي على (C_2, C_3) هذا يؤدي إلى

$$U_4 = U_2 + U_3 = \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} = \frac{24.10^{-6}}{4.10^{-6}} + \frac{24.10^{-6}}{6.10^{-6}} = 10V$$

السعات والملفات

شحنة المكثف C_4

$$q_4 = U_4.C_4 = 4.10^{-6} \times 10 = 40.10^{-6} C$$

شحنة المكثف C_1 تساوي شحنة المكثف C_5 وكذلك تساوي لمجموع شحنة المكثفين (C_2, C_4) وعليه فإن:

$$q_1 = q_5 = q_2 + q_4 = 24.10^{-6} + 40.10^{-6} = 64.10^{-6} C = 64\mu C$$

التوتر المطبق على الدارة :

$$U = U_1 + U_4 + U_5 \Rightarrow$$

$$U = \frac{q_1}{C_1} + 10 + \frac{q_5}{C_5} = \frac{64.10^{-6}}{8.10^{-6}} + 10 + \frac{64.10^{-6}}{2.10^{-6}} = 50V$$

القدرة المختزنة في الدارة

السعات والملفات

$$W = \frac{1}{2}.C_{eq}.U^2 = \frac{1}{2}q_{eq}.U = \frac{1}{2} \times 64.10^{-6} \times 50 = 0.0016 Joul$$

مثـــــال (3 – 14)

مكثف مستوٍ يتألف من صفيحتين مستديرتين معدنيتين كما في الشكل (3 – 29)، قطر كل منهما $R = 25.4cm$. يفصل بينهما عازل مؤلف من ثلاث طبقات سماكة كل منها على التوالي : $d_1 = d_2 = d_3 = 0.2cm$.

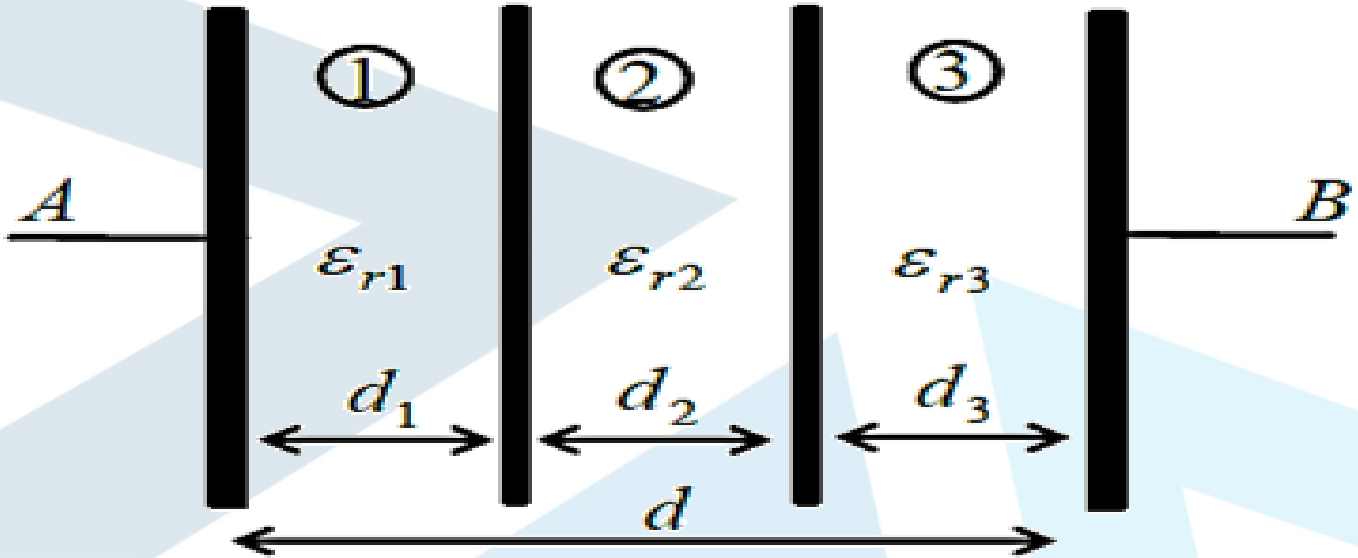
السعات والملفات

و ثوابتها العازلية النسبية على التوالي : $\varepsilon_{r1}=3,\varepsilon_{r2}=4,\varepsilon_{r3}=5$. و البعد بين اللبوسين $d=0.6cm$ ، يتم تطبيق توتر على هذا المكثف قدره $1500V$. المطلوب :

1. احسب بشكل عام ثم بالقيم العددية المعطاة :كثافة فيض الإزاحة (الإزاحة D)، الشحنة q ، شدة الحقل في كل طبقة.

2. احسب بشكل عام ثم بالقيم العددية المعطاة ثابت العازلية النسبية المكافئة ε_{req} لعازل وحيد الطبقة بحيث نحصل على مكثف له نفس سعة المكثف الأول.

السعات والملفات



الشكل (3 – 29)

الحـــــل

الطلب الأول

السعات والملفات

$$U = E_1.d_1 + E_2.d_2 + E_3.d_3$$

$$U = \frac{D}{\varepsilon_0.\varepsilon_{r1}}.d_1 + \frac{D}{\varepsilon_0.\varepsilon_{r2}}.d_2 + \frac{D}{\varepsilon_0.\varepsilon_{r3}}.d_3$$

$$U = \frac{D}{\varepsilon_0}.\left(\frac{d_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\varepsilon_{r2}} + \frac{d_3}{\varepsilon_{r3}}\right) \Rightarrow$$

$$D = U.\frac{\varepsilon_0}{\frac{d_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\varepsilon_{r2}} + \frac{d_3}{\varepsilon_{r3}}}$$

السعات والملفات

بالتطبيق العددي نجد :

$$D = U.\frac{\varepsilon_0}{\frac{d_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\varepsilon_{r2}} + \frac{d_3}{\varepsilon_{r3}}} = 1500 \times \frac{\frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9}}{\frac{0.2}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{0.2}{5}} = 8.478 \times 10^{-6} C/m^2$$

حساب الشحنة :

$$q = D.A. = 8.478 \times 10^{-6} \times \frac{\pi}{4}(0.254)^2 = 0.4289 \times 10^{-6} C$$

حساب شدة الحقل الكهربائي :

السعات والملفات

$$E = \frac{D}{\varepsilon_0 . \varepsilon_r}$$

$$E_1 = \frac{D}{\varepsilon_0 . \varepsilon_{r1}} = \frac{8.478 \times 10^{-6}}{8.86 \times 10^{-12} \times 3} = 319.2 kV / m$$

$$E_2 = \frac{D}{\varepsilon_0 . \varepsilon_{r2}} = \frac{8.478 \times 10^{-6}}{8.86 \times 10^{-12} \times 4} = 239.4 kV / m$$

$$E_3 = \frac{D}{\varepsilon_0 . \varepsilon_{r3}} = \frac{8.478 \times 10^{-6}}{8.86 \times 10^{-12} \times 5} = 191.5 kV / m$$

الطلب الثاني

السعات والملفات

حساب السعة وثابت العازلية النسبية المكافئ للمكثف المؤلف من ثلاث طبقات

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\Rightarrow$$

$$\frac{d}{\varepsilon_0\varepsilon_{req}.A}=\frac{d_1}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}.A}+\frac{d_2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}.A}+\frac{d_3}{\varepsilon_0\varepsilon_{r3}.A}\Rightarrow$$

$$\frac{d}{\varepsilon_{req}}=\frac{d_1}{\varepsilon_{r1}}+\frac{d_2}{\varepsilon_{r2}}+\frac{d_3}{\varepsilon_{r3}}\Rightarrow$$

السعات والملفات

$$\varepsilon_{req} = \frac{d}{\frac{d_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\varepsilon_{r2}} + \frac{d_3}{\varepsilon_{r3}}}$$

التعويض العددي لحساب ثابت العازلية المكافئ

$$\varepsilon_{req} = \frac{d}{\frac{d_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\varepsilon_{r2}} + \frac{d_3}{\varepsilon_{r3}}} = \frac{0.6}{\frac{0.2}{3} + \frac{0.2}{4} + \frac{0.2}{5}} = 3.83$$

السعات والملفات

مثـــــال (3 – 15)

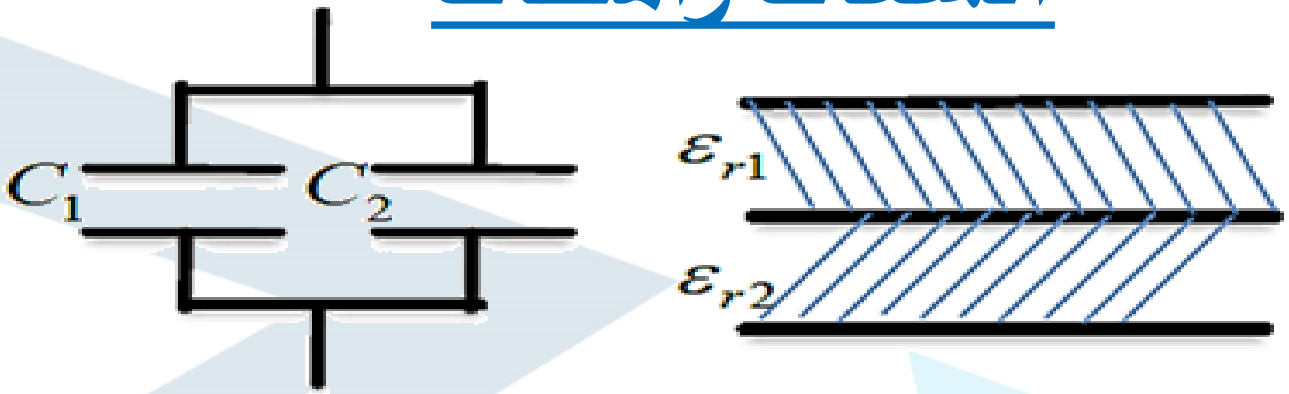
مكثف كهربائي مبين في الشكل (3 – 30) مستوي الشحن مشحون بالشحنات $(\pm q)$ بحيث يكون هناك مادتان داخل المكثف لها ثابت عازلية نسبية على التوالي $\varepsilon_{r1} = 3$ ، $\varepsilon_{r2} = 1$. احسب السعة الكلية للمكثف و ذلك عندما تكون الطبقات أفقية ثم عندما تكون عمودية داخل المكثف

الحـــــل

1 – في حالة الطبقات تكون بشكل أفقي

يكون المكثفان مربوطان على التفرع

السعات والملفات



الشكل (30 – 3) : الطبقتان متوضعتان بشكل أفقي

$$C_{eq} = C_1 // C_2 =$$

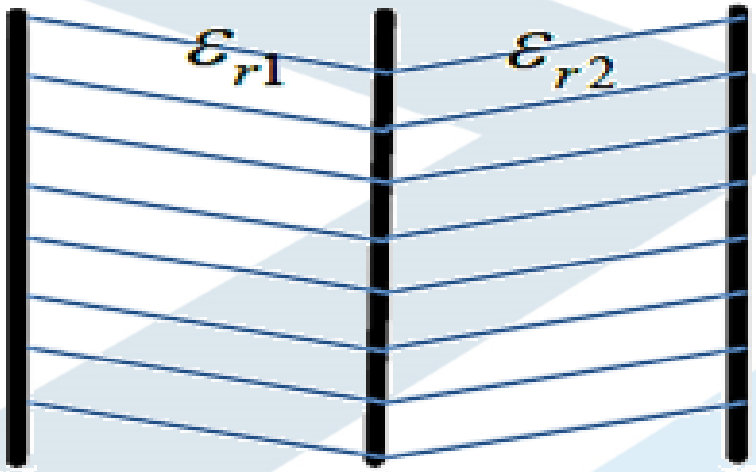
$$C_{eq} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1} . S_1}{d_1} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r2} . S_2}{d_2} = \frac{d_2 . \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} . S_1 + d_1 . \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} . S_2}{d_1 . d_2}$$

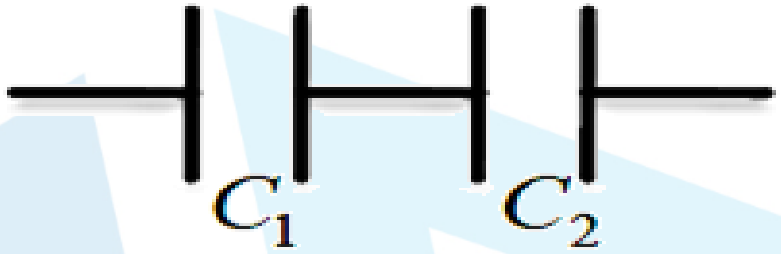
في حالة $d_1 = d_2 = d$ و كذلك $S_1 = S_2 = S$ فنحصل على

$$Ceq = 4\varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

السعات والملفات

2- في حالة الطبقات تكون بشكل عامودي





الشكل (3-31) : الطبقتان متوضعتان بشكل شاقولي

في هذه الحالة المكثفتان مربوطتان بشكل تسلسلي

السعات والملفات

$$Ceq = C_1 + C_2 = \frac{C_1.C_2}{C_1 + C_2} =$$

$$\frac{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1}.S_1}{d_1} \times \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r2}.S_2}{d_2}}{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1}.S_1}{d_1} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r2}.S_2}{d_2}} = \frac{\varepsilon_{r1}.S_1.\varepsilon_{r2}.S_2}{d_2.\varepsilon_{r1}.S_1 + d_1.\varepsilon_{r2}.S_2}$$

في حالة $S_1 = S_2 = S$

$$Ceq = \frac{3\varepsilon_0 S}{\frac{1}{d_1} + \frac{3}{d_2}}$$

السعات والملفات

مثـــــال (3 – 16)

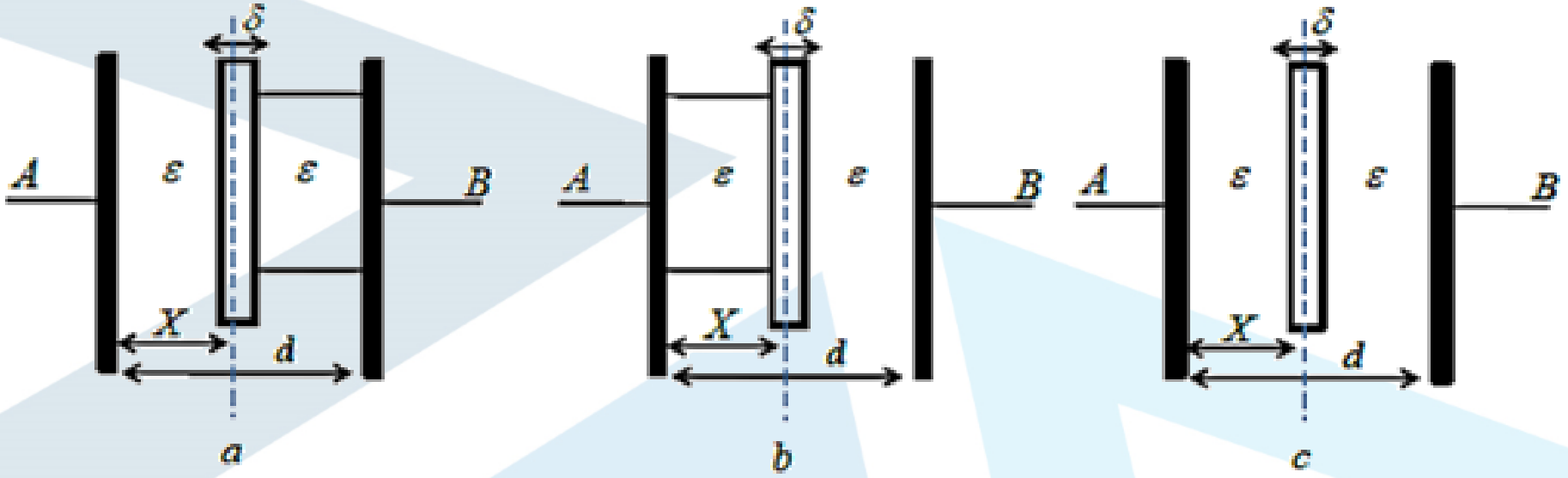
مكثف كهربائي مستوي مشحون بالشحنة الكهربائية q و الحقل متجانس. ندخل بين لبوسيه صفيحة معدنية P سماكتها δ وسطحها S كما هو مبين بالشكل (3 – 32). المطلوب حساب سعة هذا المكثف بدلالة وضعية الصفيحة X وذلك في الحالات التالية :

a) عندما تكون P موصولة بالقطب B

b) عندما تكون P موصولة بالقطب A

c) عندما تكون P معزولة و غير تابعة ل X

السعات والملفات



الشكل (3 – 32)

الحـــل

السعات والملفات

a) الحقل ينتج بين P و A و الفراغ بين P و B خال من أي حقل و من ذلك نجد :

$$C_{AP} = \frac{\varepsilon . S}{X - \frac{\delta}{2}}$$

b) الحقل ينتج بين P و B و الفراغ بين P و A خال من أي حقل و من ذلك نجد :

$$C_{PB} = \frac{\varepsilon . S}{d - \left(X + \frac{\delta}{2} \right)}$$

السعات والملفات

c) عندما تكون P معزولة و من ذلك نجد :

$$C_{AB} = \frac{q}{U_{AB}}$$

$$U_{AB} = U_{AP} + U_{PB}$$

$$C_{AB} = \frac{q}{U_{AP} + U_{PB}} = \frac{1}{\frac{1}{C_{AP}} + \frac{1}{C_{PB}}}$$

$$\frac{1}{C_{AB}} = \frac{1}{C_{AP}} + \frac{1}{C_{PB}} \Rightarrow C_{AB} = \frac{C_{AP}.C_{PB}}{C_{AP} + C_{PB}}$$

السعات والملفات

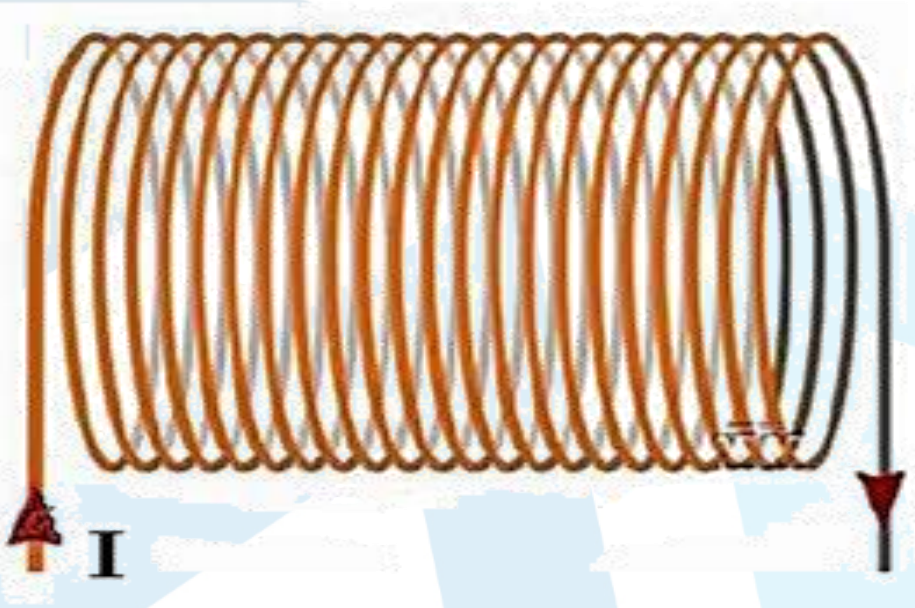
$$C_{AB}=\frac{\frac{\varepsilon.S}{X-\frac{\delta}{2}}\times\frac{\varepsilon.S}{d-\left(X+\frac{\delta}{2}\right)}}{\frac{\varepsilon.S}{X-\frac{\delta}{2}}+\frac{\varepsilon.S}{d-\left(X+\frac{\delta}{2}\right)}}=\frac{\varepsilon.S}{d-\delta}$$

6-3 الملفات

يُعد الملف من العناصر غير الفعالة التي تقوم بتخزين الطاقة على شكل حقول مغناطيسية. تستخدم الملفات في العديد من التطبيقات في الدارات الالكترونية والأنظمة

السعات والملفات

الكهربائية، كما أنها تستخدم في مزودات الطاقة، المحولات، الراديو، أجهزة التلفاز، الرادار، و المحركات الكهربائية.



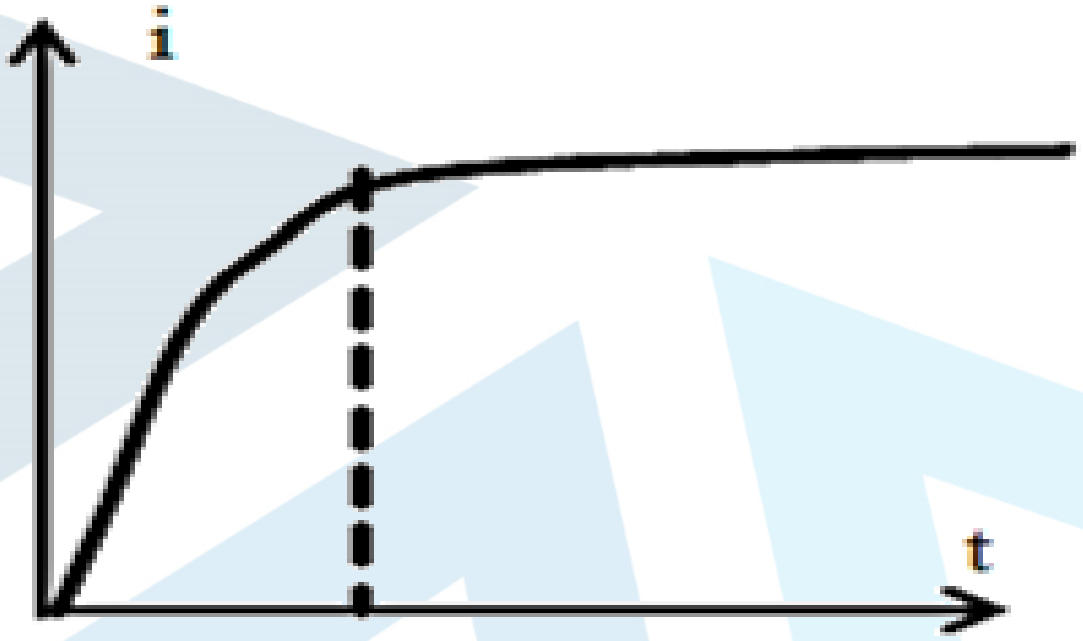
الشكل (3 – 33)

السعات والملفات

في حال دارات التيار المستمر، فإن الملف يمثل الدارة المقصورة لأنه يصبح كسلك. بينما في حال دارات التيار المتناوب، فإن التيار المار في الملف لا يتغير بشكل لحظي أو فجائي. وهذه تمثل خاصية مهمة للملفات المتناسبة مع تغير التيار المار عبر الملف. كما يمثل الشكل (3 – 34)، الموضح فيه تغير التيار مع الزمن.

في الحالة المثالية، الملف يشبه المكثف المثالي حيث لا توجد ضياعات في الطاقة. يحصل الملف على الطاقة المختزنة عن طريق الدارة الكهربائية، ليعود الملف بدوره و يعيد الطاقة المختزنة إلى الحمل.

السعات والملفات

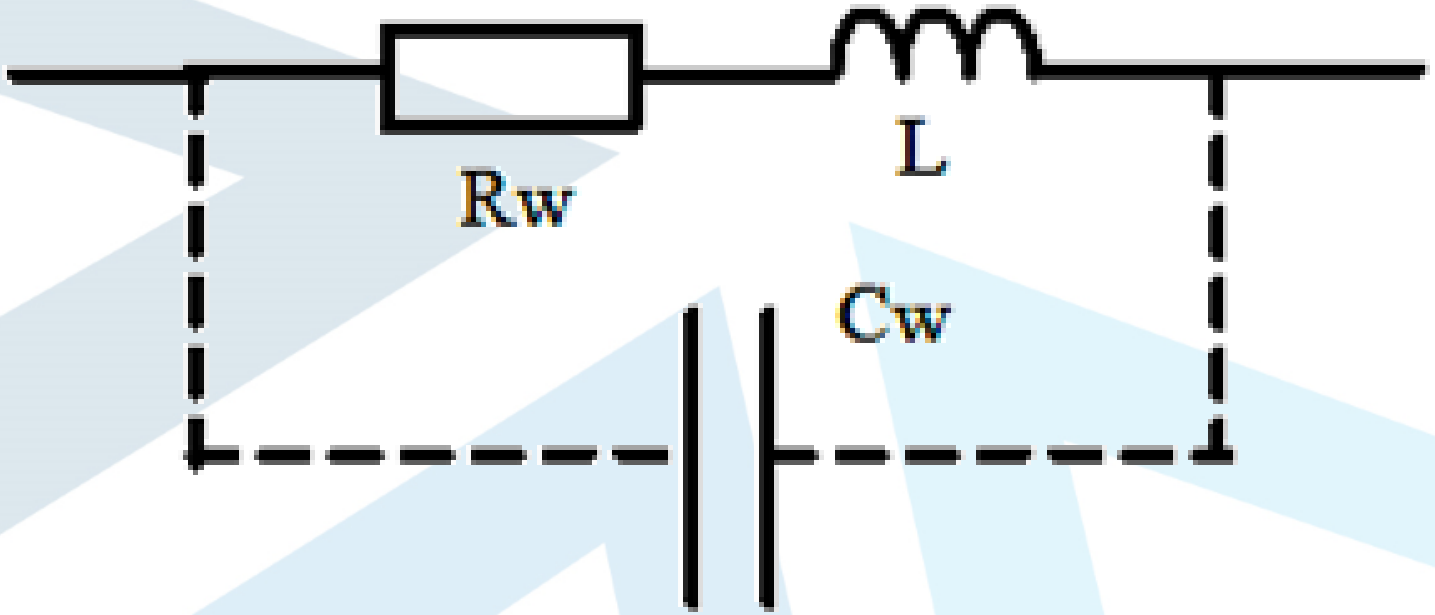


الشكل (3 – 34) : التيار المار عبر الملف

السعات والملفات

أما في الحياة العملية، يتم تمثيل الملف عن طريف ملف مربوط معه على التسلسل مقاومة التي تعبر عن نقاط الوصل و مقاومة السلك في حالة التيار المستمر و يرمز لها بالرمز R_w winding resistance غالباً ما يتم إهمالها. كذلك يربط على التفرع مكثف C_w winding capacitance وغالباً ما تهمل نظراً لصغر قيمتها. و الشكل (3-35) يبين تمثيل الملف بالدارة الكهربائية المكافئة له.

السعات والملفات



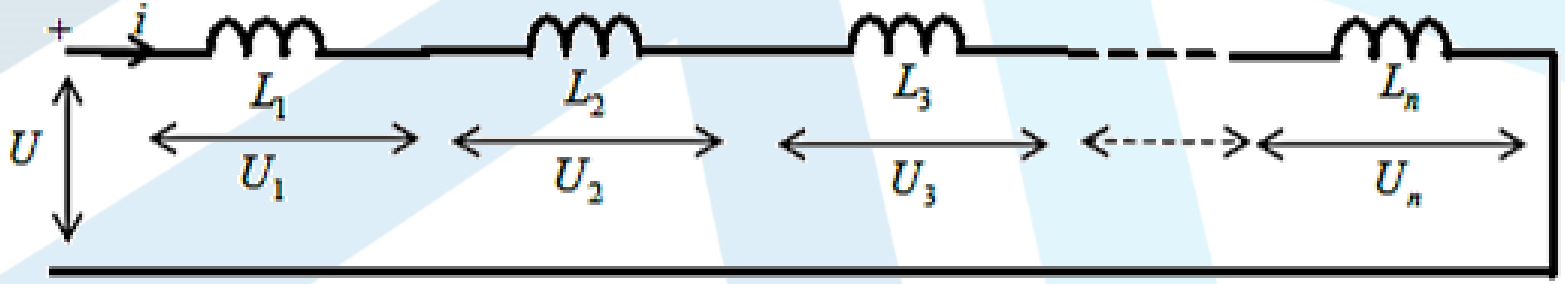
الشكل (3–35) : الدارة المكافئة للملف

السعات والملفات

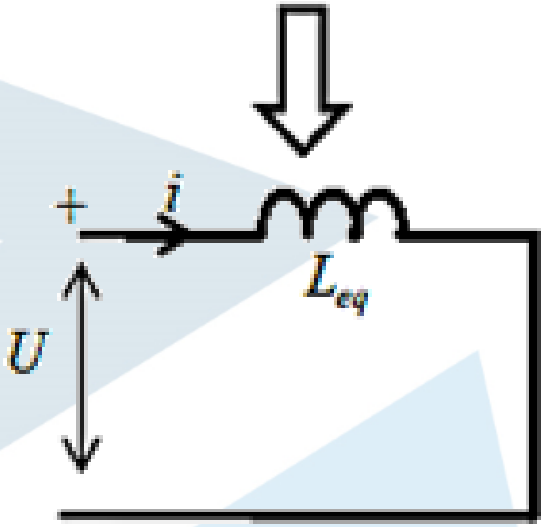
3-6-1 الربط التسلسلي

نحتاج إلى معرفة الملف المكافئ وذلك من أجل الحصول على عامل التحريض المكافئ لجملة الملفات المربوطة سواء على التسلسل أو على التفرع.

يبين الشكل (3 – 36)، جملة من الملفات المربوطة على التسلسل و المطلوب إيجاد الملف المكافئ مع افتراض أنه لا يوجد ترابط مغناطيسي بين الملفات.



السعات والملفات



الشكل (3 – 36) : الربط التسلسلي لـــ n ملف و الملف المكافئ لهم

من خلال تطبيق قانون كيرشوف الثاني (قانون الحلقات)، يمكن أن نكتب ما يلي :

السعات والملفات

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n \qquad (50-3)$$

$$U = L_1 . \frac{di}{dt} + L_2 . \frac{di}{dt} + L_3 . \frac{di}{dt} + \ldots + L_n . \frac{di}{dt} \qquad (51-3)$$

$$U = (L_1 + L_2 + L_3 + \ldots + L_n) . \frac{di}{dt} \qquad (52-3)$$

$$U = \left(\sum_{i=1}^{n} L_i \right) . \frac{di}{dt} = L_{eq} . \frac{di}{dt} \qquad (53-3)$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \ldots + L_n \qquad (54-3)$$

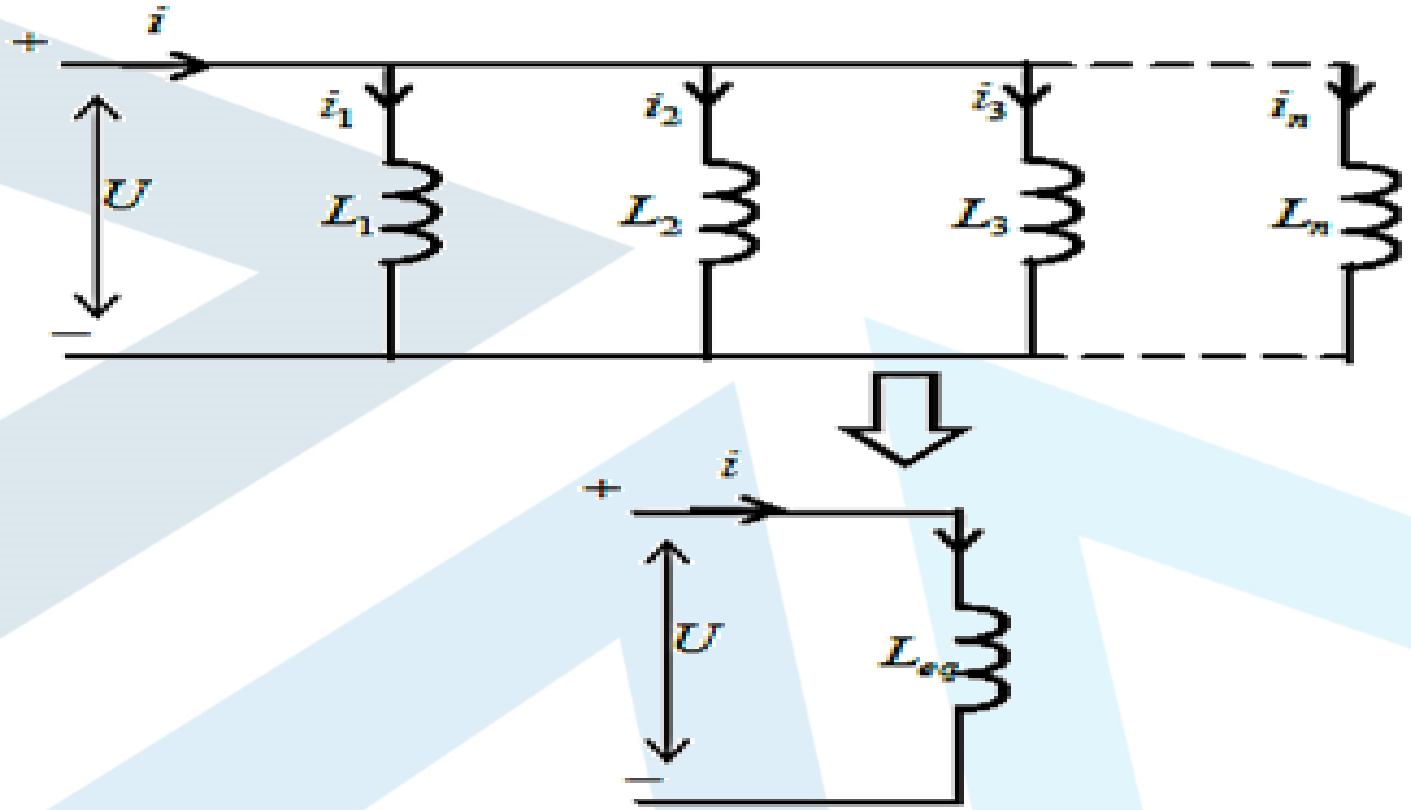
نستنتج أن المحارضة المكافئة لجملة ملفات مربوطة على التسلسل هو المجموع الجبري للمحارضات للملفات المربوطة.

السعات والملفات

3-6-2 الربط التفرعي

بفرض وجود n ملف مربوط على التفرع ولا يوجد ترابط مغناطيسي فيما بينه كما هو مبين بالشكل (3 – 37)، في هذه الحالة التوترات الهابطة على كل ملف تكون متساوية نظراً للربط التفرعي. بالتالي، التيار الكلي يساوي مجموع التيارات الفرعية كما هو مبين بالعلاقة التالية :

السعات والملفات



الشكل (37 — 3) : الربط التفرعي لـ n ملف و الملف المكافئ لهم

السعات والملفات

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \ldots + i_n \qquad (55-3)$$

$$i = \frac{1}{L_1}\int_{t_0}^{t} U.dt + i_1(t_0) + \frac{1}{L_2}\int_{t_0}^{t} U.dt + i_2(t_0) + \frac{1}{L_3}\int_{t_0}^{t} U.dt + i_3(t_0) + \ldots + \qquad (56-3)$$

$$+ \frac{1}{L_n}\int_{t_0}^{t} U.dt + i_n(t_0)$$

السعات والملفات

حيث :

$$\frac{1}{L_{eq}}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}+\frac{1}{L_3}+\ldots+\frac{1}{L_n} \qquad (59-3)$$

المحارضة المكافئة لجملة ملفات مربوطة على التفرع تساوي مقلوب مجموع مقلوبات المحارضات الملفات بشكل منفرد.

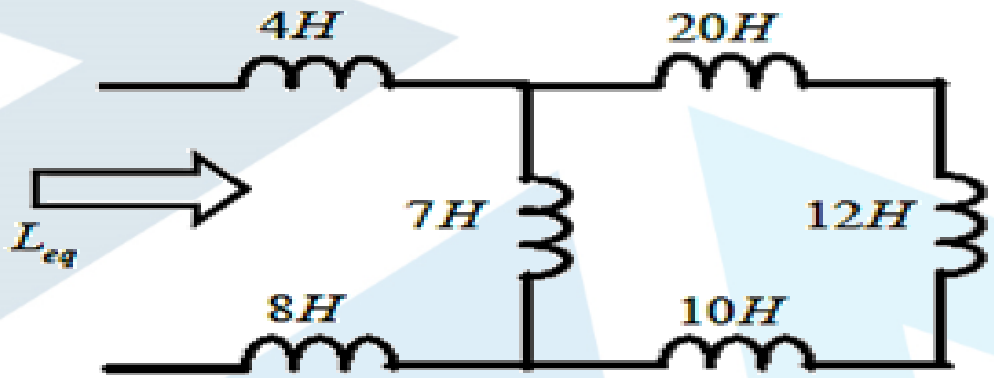
في حال وجود ملفين فقط مربوطين على التفرع، فالعلاقة (59 – 3) تصبح على الشكل التالي :

$$\frac{1}{L_{eq}}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}\Rightarrow L_{eq}=\frac{L_1.L_2}{L_1+L_2} \qquad (60-3)$$

السعات والملفات

مثـــــال (3 – 17)

أحسب المحارضة المكافئة لجملة الملفات المبينة بالدارة التالية، الشكل (3 – 38).



الشكل (3 – 38)

الحـــــل

إن الملفات ذات القيم $20H, 12H, 10H$ مربوطة على التسلسل و محصلتها :

السعات والملفات

$$L^{*} = 20 + 12 + 10 = 42H$$

إن الملف L^{*} مربوط على التفرع مع الملف ذي القيمة $7H$ ومحصلتهما الملف L^{**} :

$$L^{**} = \frac{7 \times 42}{7 + 42} = 6H$$

الملف المكافئ هو محصلة الملفات الثلاثة المربوطة على التسلسل :

$$L_{eq} = 8 + 6 + 4 = 18H$$